

Prehodni pojavi

Vsebina: Stacionarno stanje – prehodni pojav, zveze med tokom in napetostjo na upor, tuljavi in kondenzatorju, začetni pogoji, zapis in oblika rešitve diferencialne enačbe, polnjenje in praznjenje kondenzatorja in tuljave, časovna konstanta, »obrtiška metoda«, uporaba programov za analizo vezij.

Z analizo vezij priključenih na enosmerne vire smo se že spoznali. Pri tem smo obravnavali le vezja, sestavljena izključno iz uporov. Če bi poleg uporov vsebovala še tuljave in kondenzatorje, bi morali ugotoviti, da v enosmernih razmerah kondenzatorji predstavljajo odprte sponke (upornost izolatorja/dielektrika je izredno velika), tuljave pa kratek stik (če zanemarimo Ohmsko upornost navitja). Take razmere nastopijo v vezju tudi po preteku prehodnega pojava.

SLIKA: Vezje z upori, idealnimi kondenzatorji in idealnimi tuljavami priključenimi na enosmerni vir v stacionarnih razmerah.

Popolnoma drugačne razmere pa imamo tedaj, ko vire šele priklopimo ali odklopimo z vezja. V prvem trenutku po priklopu vira se na elementih vezja še ne bodo vzpostavile razmere, kot so v enosmernih razmerah. Ugotovili bomo, da tok skozi tuljavo ne more sunkovito narasti, saj mu to preprečuje inducirano polje, ki je večje ob večji spremembi toka. Prav tako ne more hipoma narasti napetost na tuljavi, saj je le ta odvisna od naboja med elektrodama, ta pa mora priteči s tokom. V tem primeru pride do t.i. **prehodnega pojava**.

SLIKA: Prehod med dvema stacionarnima stanjema imenujemo prehodni pojav.

Prehodni pojavi. Prehodne pojave srečujemo na vsakem koraku. Dobesedno. Z drsenjem čevljev ob tla se le ti naelektrijo, ob vsakem stiku s tlemi pa razelektrijo. Če ostanemo naelektreni in se približujemo določenemu prevodnemu objektu (recimo kljuki) pride do razelektritve¹.

Tako, kot se prehodni pojavi dogajajo v naravi, jih najdemo tudi pri čisto »elektrotehniških« problemih. Ti nas navsezadnje še najbolj zanimajo. Na primer polnjenje ali praznega avtomobilskega akumulatorja. Ali pa vžigalni sistem s tuljavo z zelo velikim številom ovojev. Če skozi tuljavo teče enosmeren tok, je padec napetosti na tuljavi odvisen le od upornosti ovojev tuljave. Če pa ta tok v hipu prekinemo, pride do induciranja napetosti na tuljavi, ki je lahko ob hipni spremembi toka zelo velika, saj velja $u(t) = L \frac{di(t)}{dt}$. Ob veliki induktivnosti in hipni spremembi toka je lahko

napetost med kontaktoma tuljave tako velika, da pride do razelektritve s preskokom iskre. Ta pa povzroči malo eksplozijo stisnjenega bencina, ta premik bata in že se premikamo. S prehodnim pojavom imamo opravka pri vsakem električnem vezju, ki ga občasno priključimo na napajanje ali pa izklopimo. Elemente vezja je torej potrebno dimenzionirati tudi za delovanje pri teh razmerah in ne le v stacionarnem stanju.

¹ Ta razelektritev nastopi pri napetostih 5 do 15 kV z maksimalnim tokom do 1 A. To je precejšen tok, ki pa traja izredno malo časa (reda μs), poleg tega je koncentriran le pri mestu nastopa razelektritve, potem pa se razširi na večje območje¹. To neprijetnost lahko zmanjšamo z zmanjšanjem upornosti med telesom in zemljo. Ta upornost naj ne bi bila večja od 100 M Ω , kjer pa je verjetnost razelektritve posebno velika, pa naj ne bo manjša od 50 k Ω . V posebnih primerih (nevarnost eksplozij) je potrebno uporabiti oblačila, katerih upornost ne sme preseči veliksoti G Ω . V primeru naravnih materialov to običajno ni problem, je pa potrebno to upoštevati pri umetnih materialih¹. Znan nam je tudi pojav razelektritve ob stiku s karoserijo avta, ki nas neprijetno strese. Še bolj neprijetno je lahko ob razelektritvi naboja nevihtnega oblaka. Zamislimo si razelektritev kondenzatorja, ki se naelektri na napetost med 10 MV in 100 MV. Tokovi razelektritve so velikosti nekaj deset do 150 kA, dogodek pa lahko traja nekaj sto mikrosekund¹. Med zemljo in ionosfero je konstantna visoka napetost, zemlja pa je bolj pozitivno naelektrena. Sistem si lahko predstavljamo kot velikanski kondenzator s kapacitivnostjo 5000 F, ki se počasi polni preko »izgubne« upornosti ozračja.

Zveze med tokom in napetostjo na elementih vezja

Za analizo prehodnega pojava se moramo vrniti k osnovnim zvezam med napetostjo in tokom na elementih vezja:

UPOR: $u(t) = R \cdot i(t) \Leftrightarrow i(t) = G \cdot u(t)$ KONDENZATOR: $u(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt + u_{C0} \Leftrightarrow i(t) = C \frac{du(t)}{dt}$ velja tudi $Q(t) = Cu(t)$ TULJAVA: $u(t) = L \frac{di(t)}{dt} \Leftrightarrow i(t) = \frac{1}{L} \int_0^t u(t) dt + i_{L0}$
--

Poleg teh osnovnih zvez moramo upoštevati še oba Kirchoffova zakona ter začetne pogoje, ki določajo kontinuiteto toka ali napetosti ob prehodnem pojavu.

Začetni pogoji. Napetost na kondenzatorju je integral toka skozi kondenzator. Tudi če se tok skozi kondenzator hipoma spremeni (hipna sprememba pritekanja ali odtekanja naboja), se lahko napetost spremeni le postopoma, zvezno. To pa tudi pomeni, da bo morala biti **napetost na kondenzatorju tik pred spremembo enaka napetosti tik po spremembi**, kar lahko zapišemo kot

$$u_C(0^+) = u_C(0^-). \quad (25.1)$$

Enako trditev ne moremo postaviti tudi za tok skozi kondenzator, le ta se lahko spremeni tudi hipoma.

Začetni pogoj za tok ali napetost na tuljavi ugotovimo s podobnim razmislekom, le da se **pri tuljavi ne more hipoma spremeniti tok skozi tuljavo** (lahko pa se napetost). Zato velja

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) \quad (25.2)$$

Ta dva pogoja nam zadostujeta, da z razmislekom ugotovimo vrednost napetosti ali toka na poljubnih elementih v vezju tok ob prekopu.

Postopek analize vezij pri prehodnem pojavu je sledeč:

Zapišemo enačbe vezja po preklopu z uporabo Kirchoffovih zakonov. Tako tvorimo sistem (ene ali več) diferencialnih enačb, ki jih je potrebno rešiti. V ta namen potrebujemo še začetne pogoje, to je stanje na elementih vezja tik po preklopu (ob začetku prehodnega pojava).²

Polnjenje kondenzatorja.

Primer 1: Ob času $t = 0$ priklopimo kondenzator in zaporedno vezan upor na enosmerni vir napetosti 12 V. Določimo časovni potek napetosti in toka na kondenzatorju. $R = 10\ \Omega$, $C = 100\ \mu\text{F}$.

SLIKA: Shema vezja

Izračun:

Uporabimo 2 Kirchoffov zakon $U_g = u_R(t) + u_C(t)$ in zvezi med tokom in napetostjo na uporu in kondenzatorju $U_g = iR + \frac{1}{C} \int i dt$. Z odvajanjem dobimo diferencialno enačbo za tok skozi kondenzator³ $0 = R \frac{di}{dt} + \frac{i}{C}$. Dobimo diferencialno enačbo prvega reda s konstantnima koeficientoma, pa še homogeno povrhu (levi del je enak nič). Načinov reševanje takih enačb je več. Pri enostavnih sistemih diferencialnih enačb poznamo t.i. nastavek za rešitev. V konkretnem primeru diferencialne enačbe je rešitev v obliki eksponentne funkcije $i = Ae^{\lambda t}$. Ta nastavek uvrstimo v diferencialno enačbo in dobimo $\left(\lambda + \frac{1}{RC}\right) Ae^{\lambda t} = 0$.

² Že pri analizi vezij z izmeničnimi signali bi lahko zapisali sistem diferencialnih enačb in ga tudi reševali. Temu smo se elegantno izognili z vpeljavo kompleksorjev in kompleksnega računa, pri čemer smo reševanje sistemov diferencialnih enačb prevedli v sistem navadnih algebrskih enačb. Odvajanje

je bilo ekvivalentno množenju z $j\omega$, integracija pa deljenju z $j\omega: \left(\frac{1}{j\omega}\right)$.

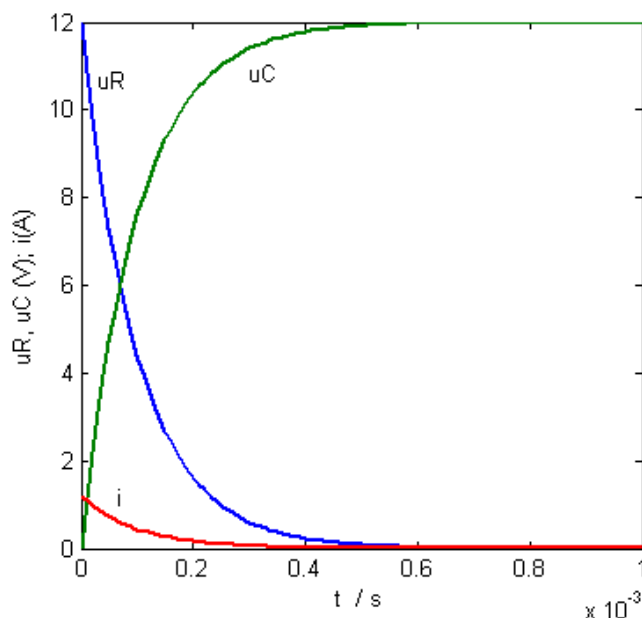
³ Ta tok običajno imenujemo kar polnilni tok, saj pri tem prehodnem pojavu elektrimo kondenzator z nabojem. Naboj je sorazmeren napetosti na kondenzatorju, saj velja $Q(t) = C \cdot u(t)$.

Očitno bo enačbi zadoščeno, če bo $\lambda = -\frac{1}{RC}$. S tem bo rešitev oblike

$i(t) = Ae^{-\frac{t}{RC}} = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$, kjer je $\tau = RC$. Tau ima enoto časa, zato mu tudi pravimo **časovna konstanta**.

Določiti moramo še konstanto A. V ta namen moramo upoštevati začetni pogoj (25.1) : napetost na kondenzatorju tik po preklopu mora biti enaka kot tik pred preklopom $u_C(0^+) = u_C(0^-)$. Zato je $u_C(0^+) = 0\text{ V}$. V trenutku $t = 0^+$ bo torej vsa napetost na uporu $u_R(0^+) = U_g$, tok pa bo enak $i(0^+) = \frac{u_R}{R} = \frac{U_g}{R}$. To pa je začetni pogoj, ki ga potrebujemo za dokončno rešitev. Upoštevamo ga v nastavku in dobimo $i(0^+) = \frac{U_g}{R} = A$. Rešitev bo torej eksponentno zmanjševanje toka $i(t) = \frac{U_g}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$.

Napetost na uporu je sorazmerna temu toku, napetost na kondenzatorju pa lahko dobimo z integracijo toka v skladu z enačbo ali pa kar kot razliko priključene napetosti in napetosti na uporu. Dobimo $u_C(t) = U_g \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$.



SLIKA: Prikaz napetosti na uporu in kondenzatorju (u_R) in (u_C) ter toku pri prehodnem pojavu polnjenja kondenzatorja preko upora.

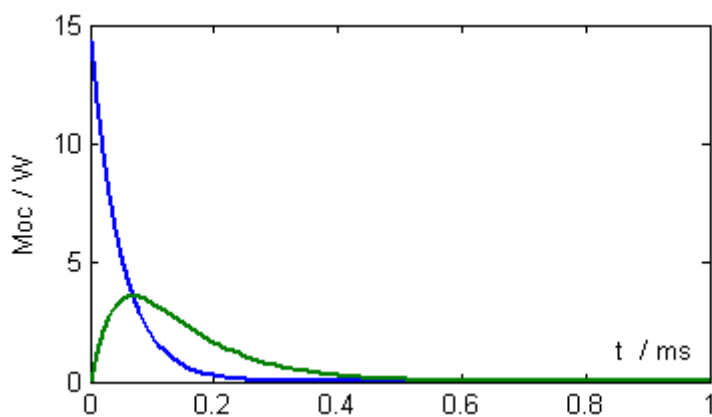
Časovna konstanta.

Za zgornji primer je časovna konstanta $100 \mu\text{s}$. V tem času pade napetost na uporu za $e^{-\frac{t}{\tau}} = e^{-1}$ ali na 37 % začetne vrednosti. V času 2τ pade na 13,5 % in v času 5τ že pod 1 % začetne vrednosti. Časovno konstantno dobimo lahko tudi iz naklona signala v času $t = 0$ (ob preklopu)⁴.

SLIKA: Časovna konstanta je čas, ko se zmanjša ali poveča vrednost opazovane veličine za približno 63 %.

Močnostne razmere.

Moč na uporu je $p_R(t) = i^2 R$, na kondenzatorju pa $p_C(t) = i_C \cdot u_C = Cu \frac{du}{dt}$.



SLIKA: Moč na uporu (modra) upada s tokom, na kondenzatorju (zelena) pa narašča, doseže maksimum in upada proti nič.

⁴ $\frac{di}{dt}(t=0) = I_0 e^{-0/\tau} \left(-\frac{1}{\tau} \right) = -\frac{I_0}{\tau}$ ali tudi $\frac{\Delta i}{\Delta t}(t=0) = \frac{I_0 - 0}{0 - \tau} = -\frac{I_0}{\tau}$

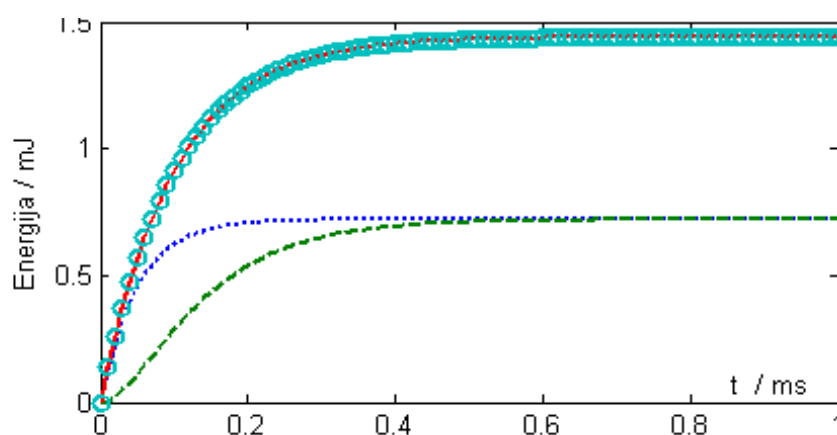
Energijske razmere.

Energijo dobimo z integracijo moči po času: $W(t) = \int_0^t p(t)dt$.

Energija na uporu je $W_R(t) = \int_0^t Ri^2 dt = \frac{U_g^2 C}{2} \left(1 - e^{-\frac{2t}{\tau}}\right)$, na kondenzatorju pa

$W_C(t) = C \frac{u_C^2}{2} = \frac{CU_g^2}{2} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)^2$. Energija na uporu se je med prehodnim pojavom

»potrošila« oz. pretvorila v toploto (Joulske izgube), energija na kondenzatorju pa se je shranila v obliki zgrajenega električnega polja oz. v obliki naelektrenosti.



SLIKA: Energijske razmere pri polnjenju kondenzatorja: Energija na kondenzatorju (črtkana zelena črta) narašča, naraščajo pa tudi joulske izgube (pikčasta morda črta) na uporu. Vsota (polna rdeča črta) je energija, ki je enaka energiji, ki jo elementom zagotavlja vir (krogci).

Praznjenje kondenzatorja.

Primer 2: Vzemimo, da se je kondenzator polnil do časa $t = 2\tau$, nato pa vir odklopimo in ga hkrati preklopimo na upor $R_2 = 100 \Omega$. Določimo tok praznjenja in napetost na kondenzatorju.

SLIKA vezja.

Izračun: Rešujemo enačbo $0 = (R_1 + R_2) \frac{di}{dt} + \frac{i}{C}$. Rešitev bo podobna kot v prejšnjem

primeru, torej $i(t) = Ae^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}} = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$, kjer pa bo sedaj časovna konstanta daljša, enaka 1,1 ms (prej 0,1 ms). Drugačen je tudi začetni pogoj, saj bo sedaj ob preklopu ostala napetost na kondenzatorju nespremenjena in enaka $u_C(t = 2\tau) = U_g (1 - e^{-2}) \approx 0,86 \cdot U_g$. Ta napetost bo v trenutku preklopa tudi enaka napetosti na obeh uporih, torej bo tok v času $t(2\tau)$ enak

$$i(2\tau^+) = \frac{0,86 \cdot U_g}{R_1 + R_2} = \frac{0,86 \cdot 12V}{110\Omega} \approx 0,094 A. \quad \text{Konstanta } A \text{ bo torej}$$

$$i(2\tau) = Ae^{-\frac{2\tau}{(R_1+R_2)C}} = Ae^{-2} = 0,094 A \Rightarrow A = 0,697 A. \quad \text{Tok praznjenja je torej}$$

$$i(t) = 0,697 e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}} A. \quad \text{Napetost na uporoma bo enaka napetosti na kondenzatorju}$$

$$u_R(t) = u_C(t) = 76,67 e^{-\frac{t}{\tau}} V.$$

Dodatno: Ob času $t = 4\tau$ zopet vklopimo generator preko upora 10Ω . Kakšen je sedaj potek polnenja?

Izračun: Začetni pogoj je napetost na kondenzatorju

$$u_C(t = 4\tau) = 76,67 e^{-\frac{4\tau}{\tau}} V = 1,44 V.$$

Oglejte si tudi primer simulacije s programom Spice na koncu poglavja. Prvi primer je ravno [simulacija polnenja in praznjenja kondenzatorja](#), ki je priključen na vir napetosti s periodičnimi pulzi.

Vklop tuljave. (»polnjenje« tuljave)

Primer 3: Poglejmo še primer vklopa tuljave in zaporedno vezanega upora na enosmerno napetost U_g ob času $t = 0$ s.

SLIKA vezja.

Ob vklopu bo napetost generatorja enaka vsoti napetosti na uporu in tuljavi:

$U_g = u_R(t) + u_L(t) = iR + L \frac{di}{dt}$. Dobili smo (nehomogeno) diferencialno enačbo prvega

reda s konstantnima koeficientoma. Rešitev homogene enačbe zopet iščemo v obliki

$i = Ae^{\lambda t}$ in dobimo $\left(\lambda + \frac{R}{L}\right)Ae^{\lambda t} = 0$, od koder je $\lambda = -\frac{R}{L}$ in $i = Ae^{-\frac{t}{L/R}} = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$. Tau

je časovna konstanta in je enaka

$$\tau = \frac{L}{R}$$

Za rešitev diferencialne enačbe zopet potrebujemo ustrezen začetni pogoj. Ta bo sedaj določen s tokom skozi tuljavo. Ker je bil pred preklopom enak nič, mora biti v skladu z začetnim pogojem $i(0^+) = i(0^-)$ tok tik po preklopu $i(0^+) = 0$ A. Če ta pogoj upoštevamo v enačbi $i = Ae^{\lambda t}$ dobimo $0 = Ae^0$, oziroma $A=0$. Ta rešitev očitno ne bo ustrezna. Pozabili smo namreč na rešitev nehomogenega dela enačbe. En od možnih načinov za določitev prispevka nehomogenega dela enačbe je reševanje z variacijo konstante. Pri takem načinu predstavimo konstanto A kot funkcija časa $A(t)$. Z odvajanjem enačbe $i = A(t)e^{\lambda t}$ in uvrstitvijo v diferencialno enačbo dobimo

$$U_g = R(Ae^{\lambda t}) + L(A'(t)e^{\lambda t} + \lambda Ae^{\lambda t}) = LA'(t)e^{\lambda t} \quad \text{oziroma} \quad A' = \frac{U_g}{L}e^{-\lambda t}.$$

Z integracijo konstante dobimo $A(t) = \frac{1}{-\lambda} \frac{U_g}{L} e^{-\lambda t} + B = \frac{U_g}{R} e^{-\lambda t} + B$, kjer je B neka nova konstanta.

Rešitev torej iščemo v obliki $i(t) = A(t)e^{\lambda t} = \frac{U_g}{R} + Be^{\lambda t}$. Konstanto B določimo iz

začetnega pogoja (tok enak nič) in bo enaka $B = -\frac{U_g}{R}$. Končni rezultat je torej

$i = Ae^{\lambda t} = \frac{U_g}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$. Napetost na uporu je sorazmerna temu toku

$u_R = U_g \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$, napetost na tuljavi pa odvodu toka: $u_L = L \frac{di}{dt} = U_g e^{-\frac{t}{\tau}}$.

Drug način reševanja:

Diferencialno enačbo zapišemo v obliki $i - \frac{U_g}{R} = -\frac{L}{R} \frac{di}{dt}$ in jo delimo z $i - \frac{U_g}{R}$ in

množimo z dt: $\frac{di}{i - \frac{U_g}{R}} = -\frac{R}{L} dt$. Sedaj jo integriramo in dobimo $\int_{i(0^+)}^{i(t)} \frac{di}{i - \frac{U_g}{R}} = -\frac{R}{L} \int_0^t dt$

Rezultat je $\frac{i(t) - \frac{U_g}{R}}{i(0^+) - \frac{U_g}{R}} = e^{-\frac{t}{\tau}}$, po preureditvi in upoštevanju začetnega pogoja

$i(0^+) = 0 \text{ A}$ pa dobimo $i(t) = \frac{U_g}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$. Rezultat je seveda identičen kot v

prejšnjem primeru.

Določanje prehodnega pojava z nastavkom in izračunom časovne konstante iz Theveninove nadomestne upornosti

Ugotovili bi lahko, da prehodni pojav v primeru uporabe le enega kondenzatorja ali tuljave v vezju vedno lahko zapišemo v obliki diferencialne enačbe prvega reda (s

konstantnimi koeficienti), katere **rešitev je vedno oblike** $Ae^{-\frac{t}{\tau}} + B$. Določiti moramo le konstanti A , B in časovno konstanto τ .

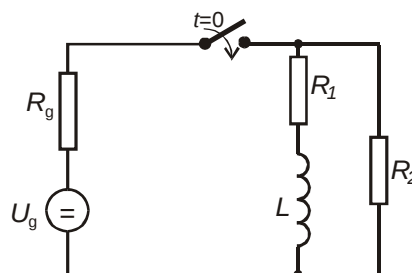
Eno od konstant dobimo iz začetnega pogoja, drugo pa lahko določimo s premislekom o razmerah po prehodnem pojavu – v stacionarnem stanju. Tedaj bodo v primeru vklopa ali izklopa enosmernega napajanja nastopile enosmerne razmere, v katerih ostane le še vpliv ohmskih upornosti. Upornost kondenzatorja je v idealnih enosmernih razmerah neskončna – skozenj ni toka. Upornost tuljave v enosmernih razmerah pa je le v smislu upornosti navitja. To upornost pri idealni tuljavi zanemarimo. Napetost na tuljavi pri enosmernih razmerah je torej enaka nič. Z

upoštevanjem teh lastnosti na enostaven način ugotovimo poljubno napetost ali tok ob koncu prehodnega pojava. Ugotoviti moramo le še časovno konstanto τ , ki pa bo vedno oblike RC ali L/R , pri čemer bo R notranja (Theveninova) upornost gledana s sponk kondenzatorja ali tuljave. Prikažimo uporabo tega načina reševanja na naslednjem primeru.

Primer 4: Določimo tok skozi tuljavo med prehodnim pojavom za vezje na sliki.

$$R_g = 10\Omega, \quad R_1 = 20\Omega, \quad R_2 = 40\Omega, \quad L = 20\text{mH}, \quad U_g = 10\text{V}$$

Začetni pogoj določimo iz toka skozi tuljavo tik po preklopu, ki bo enak kot tik pred preklopom, torej 0 A. Ko bo prehodni pojav izzvenel, bodo nastopile enosmerne razmere. Tedaj bo tok skozi upor R_g



$$i_g(t \rightarrow \infty) = \frac{U_g}{R_g + R_1 \parallel R_2} = \frac{10\text{V}}{10\Omega + \frac{20 \cdot 40}{60}\Omega} = 0,4286\text{A}. \quad \text{Tok skozi tuljavo pa bo}$$

$$i_L(t \rightarrow \infty) = 0,4286\text{A} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \approx 0,29\text{A}. \quad \text{Tok skozi tuljavo ob začetku prehodnega}$$

pojava bo torej enak nič, na koncu pa 0,29 A. Ta pogoja vstavimo v splošen nastavek

$$i = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + B \quad \text{in dobimo}$$

$$0 = A + B$$

$$0,29 = B$$

$$\text{Tok skozi tuljavo bo torej enak } \underline{i_L(t) = 0,29(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})\text{A}}.$$

Časovno konstanto tudi lahko določimo s pomočjo Theveninove nadomestne upornosti⁵. Ugotovili smo, da je pri vklopu ali izklopu kondenzatorja časovna konstanta vedno oblike $\tau = RC$, pri vklopu ali izklopu tuljave pa bo oblike $\tau = L/R$.

⁵ Zakaj je to tako? Lahko si zamislimo primer, ko je v tuljavi ali kondenzatorju pred prehodnim pojavom shranjena energija v obliki magnetnega (tuljava) ali električnega (kondenzator) polja. Ob prehodnem pojavu se ta energija sčasoma pretvori v toplotno s tokom skozi nadomestno vezavo uporov – skozi upore, ki jih »vidi« tuljava ali kondenzator. To pa je ravno nadomestna ali Theveninova upornost, določena s sponk tuljave oz. kondenzatorja.

Sedaj moramo to ugotovitev le še posplošiti. Če imamo opravka le z enim reaktivnim elementom (C ali L), bo R enak upornosti Thevenina, gledano s sponk reaktivnega elementa (kondenzatorja ali tuljave), torej bo splošna oblika $\tau = R_{Th}C$ ali $\tau = \frac{L}{R_{Th}}$. V

konkretnem primeru je $\tau = \frac{L}{R_{Th}}$, kjer je $R_{Th} = R_g \parallel R_2 + R_1 = \frac{10 \cdot 40}{50} \Omega + 20 \Omega = 28 \Omega$.

Časovna konstanta je torej $\tau \approx 0,71 \text{ ms}$.

*** Vklp zaporedne vezave upora in kondenzatorja na izmenični vir napetosti.**

SLIKA: Vklp RC člena na izmenični vir napetosti.

Napetostni vir zapišemo v obliki $u_g(t) = U_g \cos(\omega t + \varphi_g)$.

Diferencialna enačba, do katere moramo priti je praktično identična tisti, ki smo jo že zapisali pri vklopu RC člena na enosmerni vir, saj velja $u_g = iR + \frac{1}{C} \int i dt$. Namesto opazovanja toka lahko zapišemo enačbo za napetost na kondenzatorju. V tem primeru tok izrazimo kot $i = C \frac{du_C}{dt}$ in velja $u_g = RC \frac{du_C}{dt} + u_C$. Zopet pridemo do nehomogene diferencialne enačbe prvega reda. Rešitev moramo tokrat iskati v obliki funkcije, ki vsebuje tako harmonično nihanje kot tudi eksponentno upadanje:

$$u_C(t) = Ae^{\lambda t} + B \cos(\omega t + \varphi_g - \varphi).$$

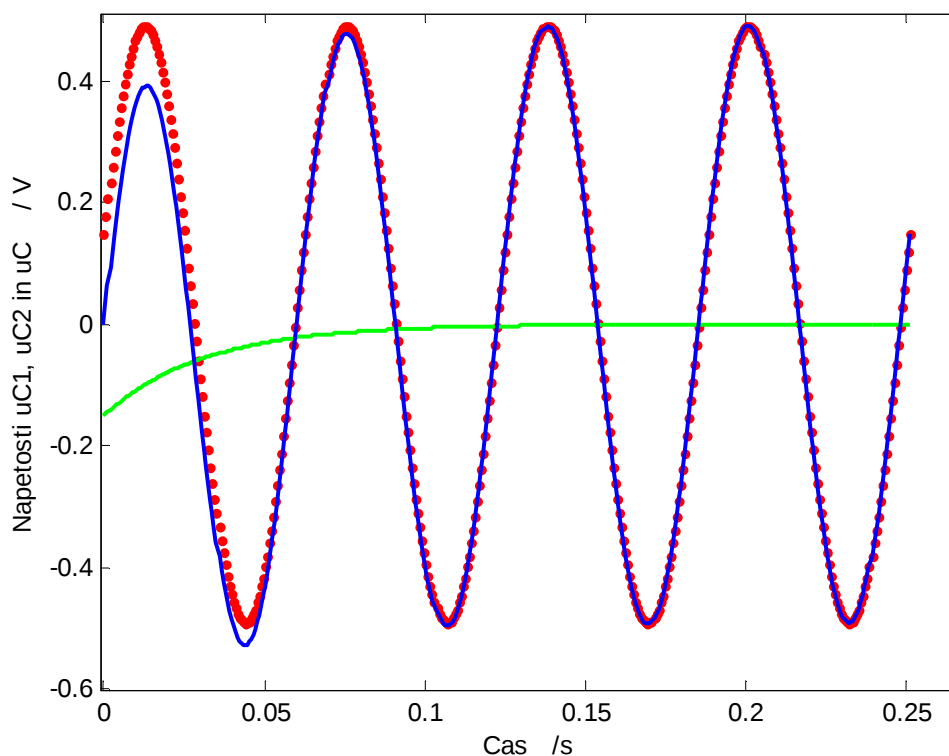
Neznane konstante so štiri: A, λ, B in φ . Za določitev teh konstant je potrebno nastavek uvrstiti v diferencialno enačbo ter upoštevati začetni pogoj, ki je določen z $u_C(0^+) = u_C(0^-) = 0 \text{ V}$. Časovno konstanto določimo iz homogene enačbe, od koder je

$$\tau = -\frac{1}{\lambda} = RC.$$

Določitev ostalih koeficientov je nekoliko bolj »matematična«, zato jo bomo preskočili. Zainteresiran bralec jo najde npr. v A.R. Sinigoy: Osnove elektromagnetike, str. 415. Rešitev je

$$u_C(t) = \frac{U_g}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} \left[\cos(\omega t + \varphi_g - \arctg(\omega RC)) - \cos(\varphi_g - \arctg(\omega RC)) e^{-t/\tau} \right]$$

Rezultat je nekoliko daljši pa vendar zanimiv. Ugotovimo lahko, da je sestavljen iz dveh delov: iz harmoničnega nihanja, ki ostane tudi po koncu prehodnega pojava ter drugi člen, ki eksponentno izzveni s časom.

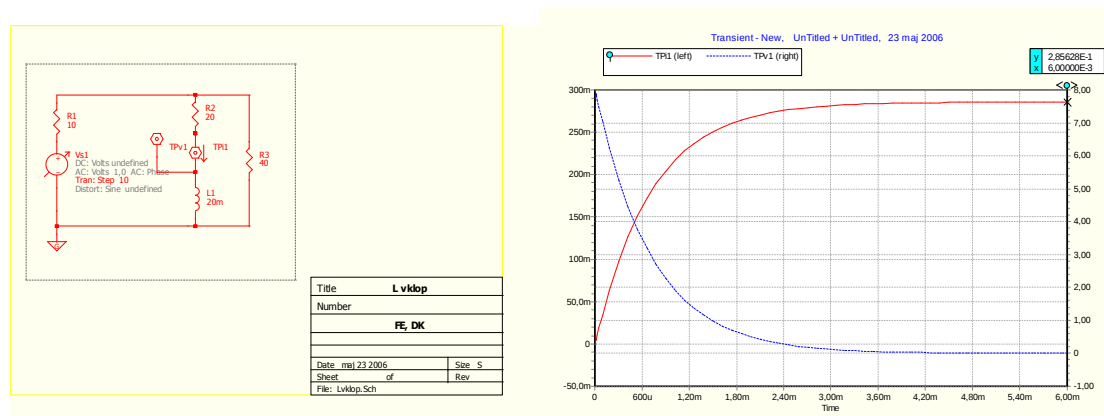


Slika: Prehodni pojav pri vklopu RC člena na izmenični vir napetosti. Rešitev (modra črta) je sestavljena iz dveh členov: eksponentno upadanje »dušenja« (zelena črta) in harmonični signal (rdeče pike). Izračun za $\omega = 100 \text{ s}^{-1}$, $\tau = 0,03 \text{ s}$.

*** Analiza s programi za simulacijo vezij - SPICE.**

V srednjih šolah je za simulacijo vezij precej popularen program Electronic WorkBench (EWB), bolj izpopolnjena in profesionalna varianta pa je program SPICE. Obstaja mnogo verzij programa, nekatere od njih so brezplačne, druge plačljive. Eno od verzij programa (SPICE OPUS) razvijajo tudi na naši fakulteti (fides.fe.uni-lj.si/spice). SPICE omogoča različne načine simulacije, enosmerno, izmenično, tranzientno (prehodni pojavi), pogosto pa omogoča tudi simulacijo šumnih

lastnosti, Fourierove analize, analizo občutljivosti itd. Omogoča simulacijo množice različnih elementov, od linearnih do nelinearnih, sklopljenih, pogosto pa omogoča uporabo že prednastavljenih modelov. Nekatere za lažje delo podajo že proizvajalci elementov. Tu predstavljam primer uporabe programa 5Spice, ki je posebno primeren za začetnike, saj omogoča grafično postavitev elementov vezja in je v osnovni verziji brezplačen za uporabo (www.5spice.com).



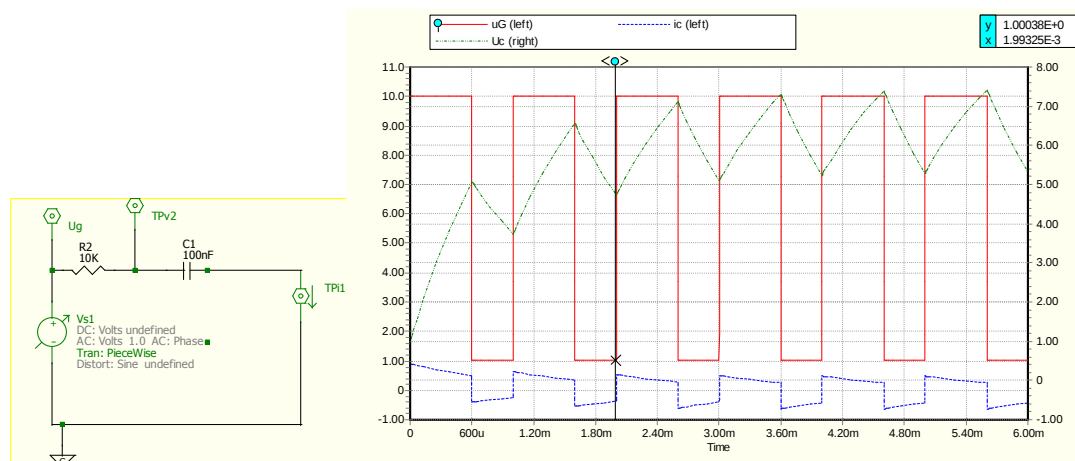
SLIKA: Levo: Grafično oblikovanje analiziranega vezja s programom 5Spice.

Desno: Primer vklopa induktivnega bremena. Na sliki tok skozi tuljavo (rdeča polna črta) in napetost na tuljavi (modra črtkana črta). Slika dobljena s simulacijo s programom 5Spice.

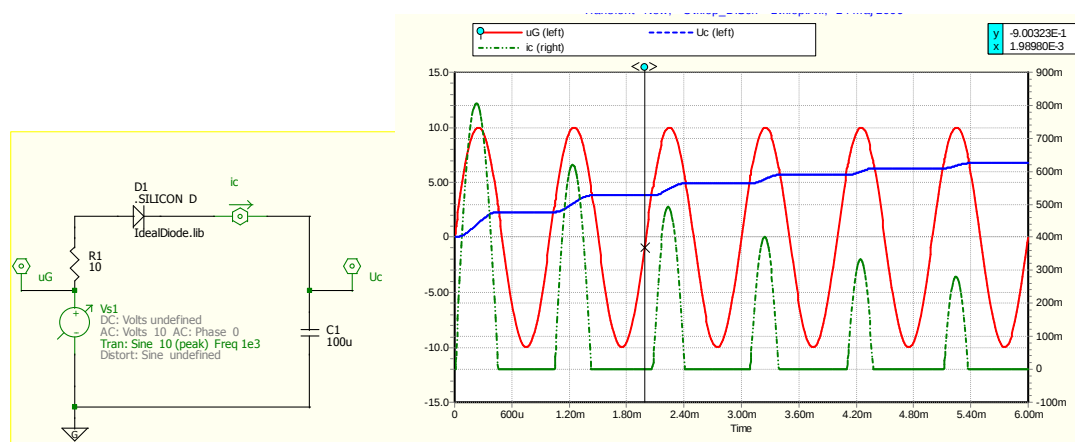
*** Nekaj primerov analize prehodnih pojavov s programom 5Spice:**

1) Priklop zaporedno vezanega kondenzatorja na napetostni generator pravokotnih pulzov amplitude 10V.

Na sliki napetost na generatorju (polna rdeča črta), tok v vezju (modra črtkana) in napetost na kondenzatorju (zelena črtkana). Napetost na kondenzatorju v času trajanja pulza eksponentno narašča v skladu s spoznanimi enačbami, v času izklopa pa upada. V začetku narašča napetost na kondenzatorju hitreje (ker je kondenzator prazen), v nekaj periodah pa se začne ponavljati. V času praznjenja kondenzatorja se smer toka spremeni. Tok skozi kondenzator se spreminja skokovito, napetost pa zvezno.



2.) Polnjenje kondenzatorja pri zaporedni vezavi upora in kondenzatorja ter diode priključene na izmenični vir napetosti amplitude 10 V (polna rdeča črta). V pozitivni polperiodi dioda prevaja, napetost na kondenzatorju raste (polna modra črta). V negativni polperiodi dioda ne prevaja – tok je enak nič (črtkana zelena črta), ves padec napetosti je na diodi, napetost na diodi ostaja enaka. V realnih razmerah napetost na kondenzatorju v negativni polperiodi nekoliko pada zaradi neidealnega kondenzatorja in zapornega toka diode, ki je majhen vendar različen od nič.



Analiza vezja z zaporedno vezavo upora, kondenzatorja in tuljave

Vsota vseh napetosti je

$$u_g = u_R + u_C + u_L, \text{ oziroma}$$

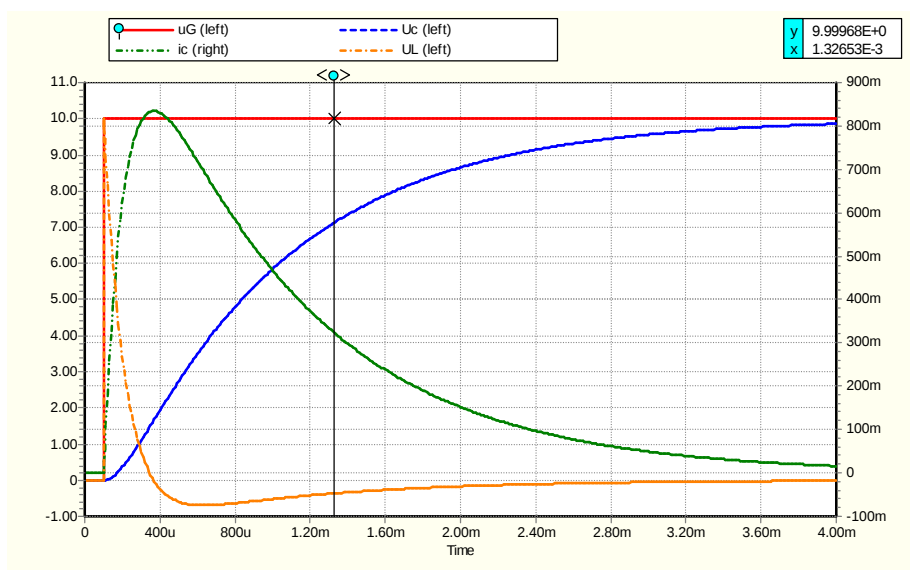
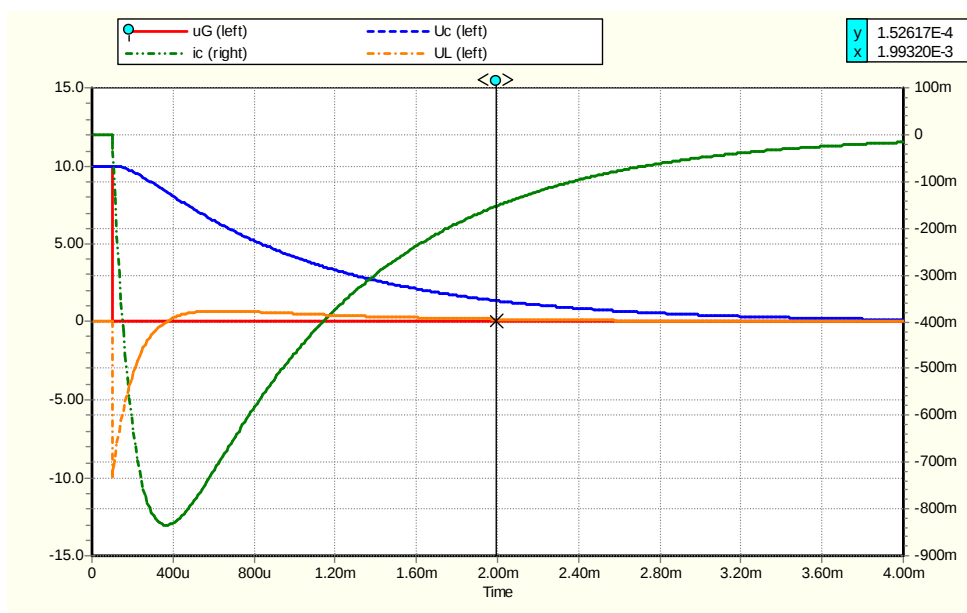
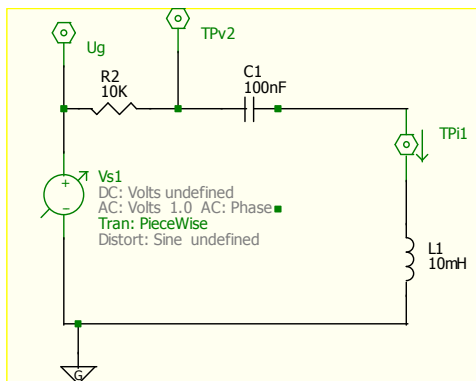
$$u_g = iR + \frac{1}{C} \int idt + L \frac{di}{dt}. \text{ Z odvajanjem dobimo diferencialno enačbo drugega reda}$$

$$0 = \frac{di}{dt} R + \frac{1}{C} i + L \frac{d^2 i}{dt^2}. \text{ Rešitve te diferencialne enačbe so lahko zelo razvejane, odvisne}$$

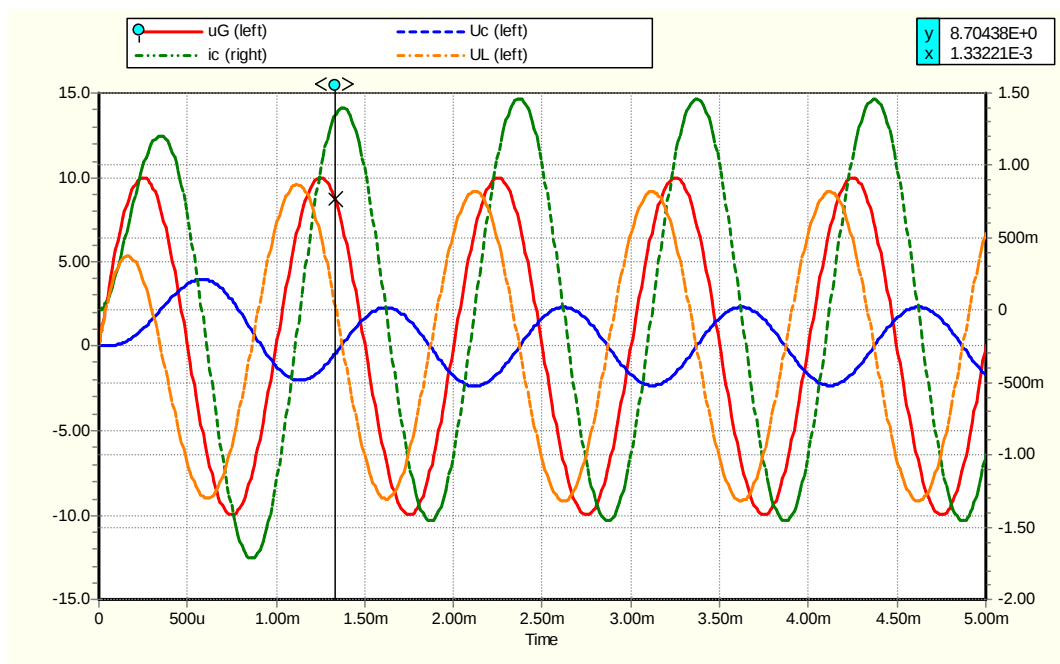
od vzburjanja in vrednosti elementov.

3) Odklop in vklop enosmernega vira od zaporedne vezave upora, kondenzatorja in tuljave.

Ob vklopu začne strmo naraščati tok v vezju (zelena črtkana črta), obenem pa močno naraste napetost na tuljavi (oranžna črtkana črta). Tok doseže svoj maksimum in nato pade zlagoma na nič amperov. Napetost na kondenzatorju (polna modra črta) je nič ob vklopu in ob koncu prehodnega pojava doseže napetost vira.

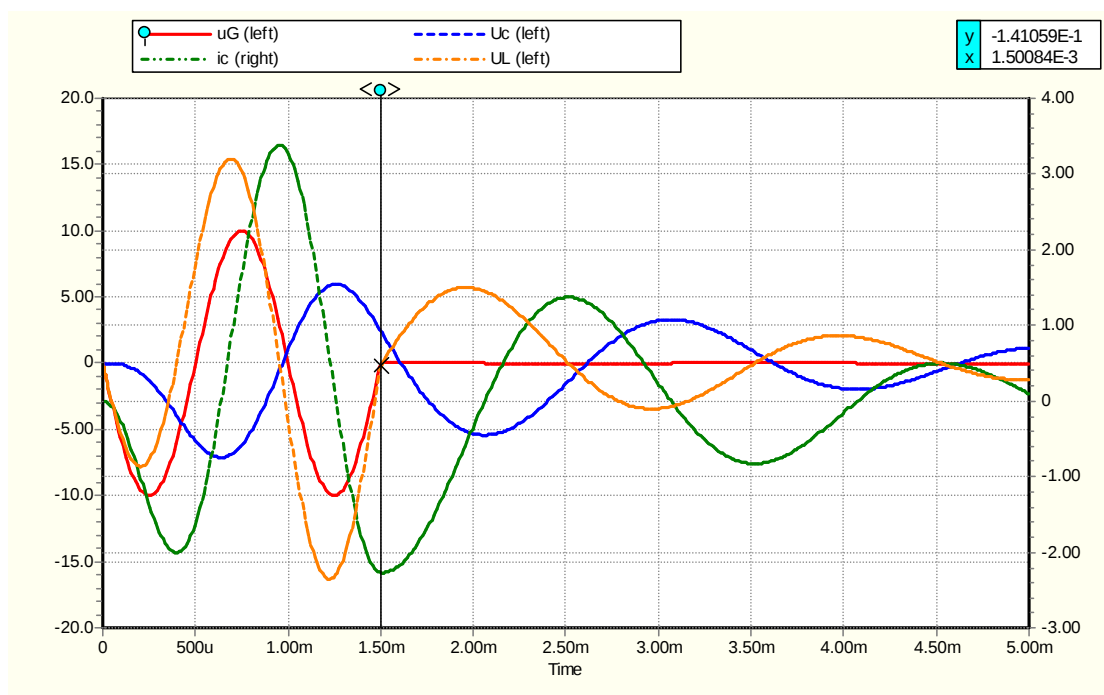


4) Vkllop izmeničnega vira na zaporedno vezavo upora, tuljave in kondenzatorja.



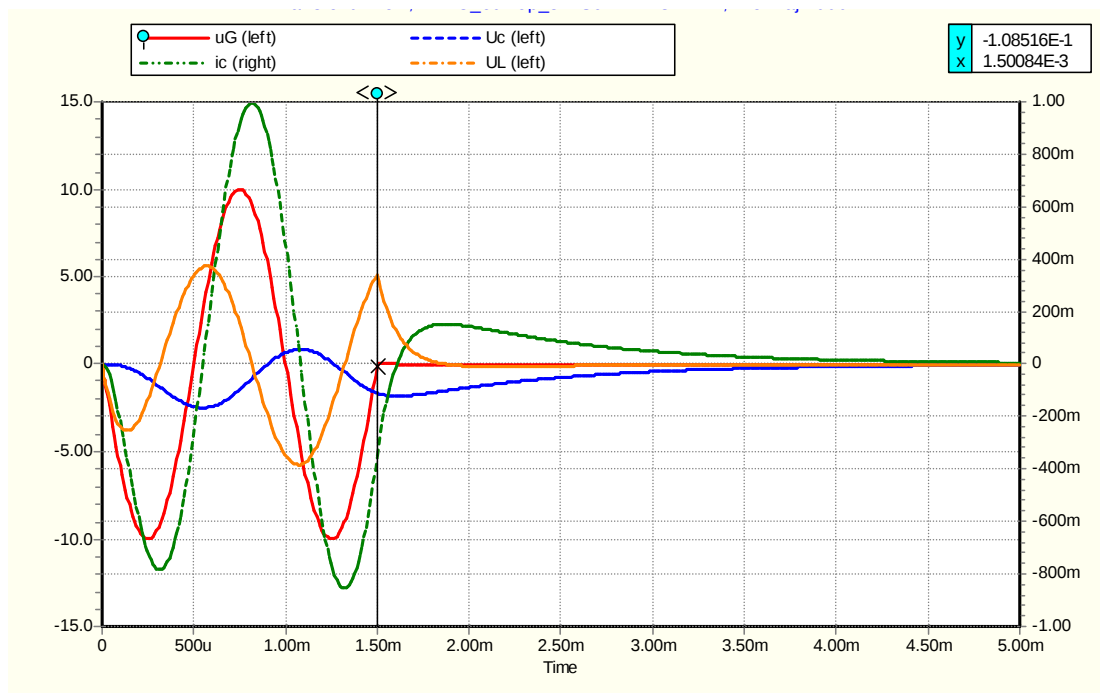
5) Izklop izmeničnega vira na zaporedno vezavo upora, tuljave in kondenzatorja

. ($R=1\ \Omega$, $L=1\ \text{mH}$, $C = 100\ \mu\text{F}$).



6) Izklop izmeničnega vira na zaporedno vezavo upora, tuljave in kondenzatorja.

($R=10\ \Omega$, $L=1\ \text{mH}$, $C = 100\ \mu\text{F}$). 10x večja upornost povzroči nadkritično nihanje.

**Vprašanja za obnovo:**

- 1) Kaj je to prehodni pojav? Kdaj nastopi?
- 2) Prehodni pojav v vezjih: kako ga zapišemo z enačbami?
- 3) Osnovne zveze med tokom in napetostjo na upor, tuljavi in kondenzatorju.
- 4) Začetni pogoji.
- 5) Rešitev diferencialne enačbe: nastavek.
- 6) Časovna konstanta.
- 7) Primer polnjenja in praznjenja kondenzatorja.
- 8) Primer vklopa in izklopa tuljave.

Primeri kolokvijskih in izpitnih nalog:

Kolokvij, 9.6.2000,
 Kolokvij 12.04.2001,
 Izpit 03. 12. 2002,
 Izpit 20. aprila 2005,
 izpit 17. 4. 2003,
 Izpit 13. september 2005,
 Izpit 14. 09. 2004.