Osnovni pojmi pri obravnavi periodičnih signalov

Vsebina: Opis periodičnih signalov z periodo, frekvenco, krožno frekvenco. Razlaga pojmov amplituda, faza, harmonični signal. Določanje srednje, efektivne in usmerjene vrednosti periodičnih signalov. Pojmi faktor oblike, temenski faktor.

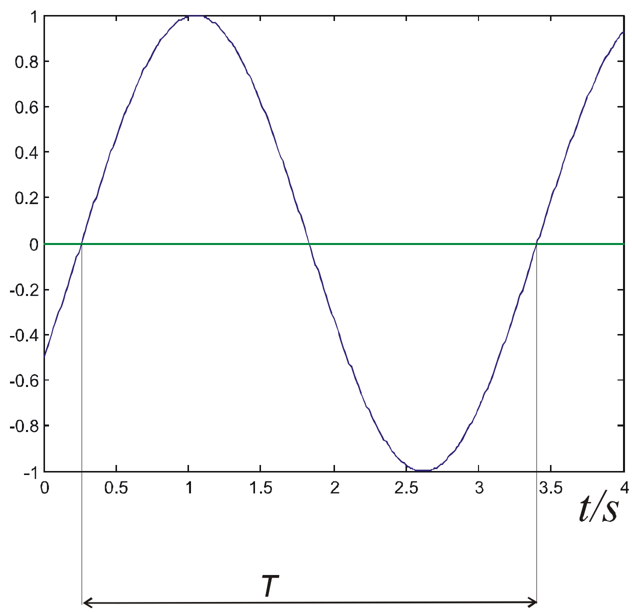
1) Perioda signala. Času, v katerem se začne funkcija ponavljati pravimo **perioda** in jo označimo z veliko črko *T*. Za tako funkcijo velja $f(t) = f(t+T)$.

SLIKA: Primer periodičnega signala s periodo *T*.

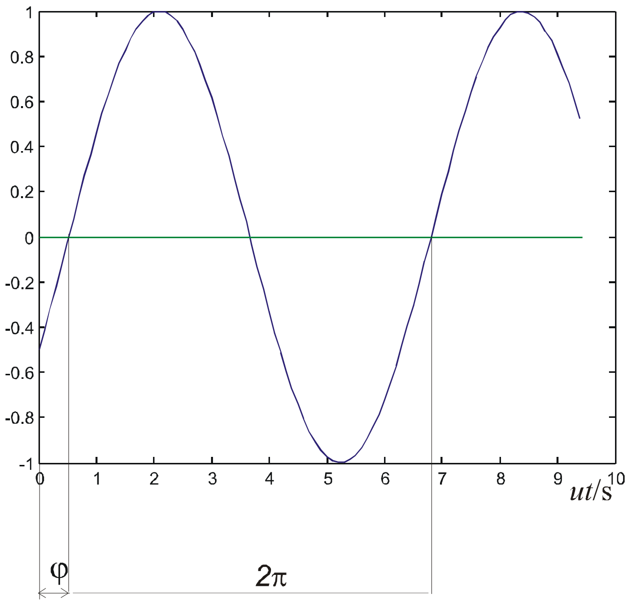
2) Frekvenca periodičnega signala je $f = \frac{1}{T}$, njena enota je s^{-1}, pogosteje uporabimo ekvivalentno enoto Hz (po Heinrichu Hertzu, ki je s svojimi eksperimenti prvi dokazal pravilnost Maxwellovih enačb). Pogosto uporabimo za opis signala tudi **krožna frekvenco** (kotna frekvenca, v primeru vrtenja zanke kotna hitrost) ω, ki je enaka $\boxed{\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}}$.

3. Harmonični, sinusni signal lahko zapišemo v obliki $i(t) = I_m \sin(\omega t - \varphi)$, kjer je I_m amplituda, ω krožna frekvenca in φ fazni kot.

Primer: Prikažimo na grafu signal $i(t)/\mathrm{A} = 1 \cdot \sin(2\mathrm{s}^{-1} t - \pi/6)$. Perioda signala je $T = \frac{2\pi}{\omega} = \pi \text{ s} \cong 3{,}14 \text{ s}$.

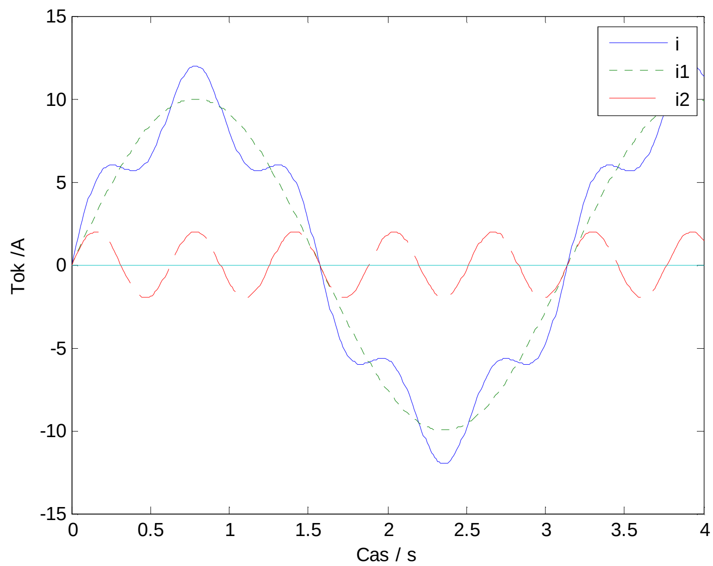


Pogosto namesto prikaza časa na abscisi uporabimo kot spremenljivko produkt krožne frekvence in časa, kar predstavlja fazni kot. V tem primeru je perioda signala določena pri vrednosti 2π. Prednost tega prikaza je tudi v direktnem odčitavanju faznega kota. V konkretnem primeru je $\varphi = \pi/6 \cong 0{,}52$ rd.



Harmoničen signal je lahko sestavljen iz več sinusnih signalov različnih amplitud in frekvenc. Prikažimo to na primeru harmoničnega signala sestavljenega iz vsote signalov $i_1(t)/A = 10\sin(2\text{s}^{-1}t)$ in $i_2(t)/A = 2\sin(10\text{s}^{-1}t)$:

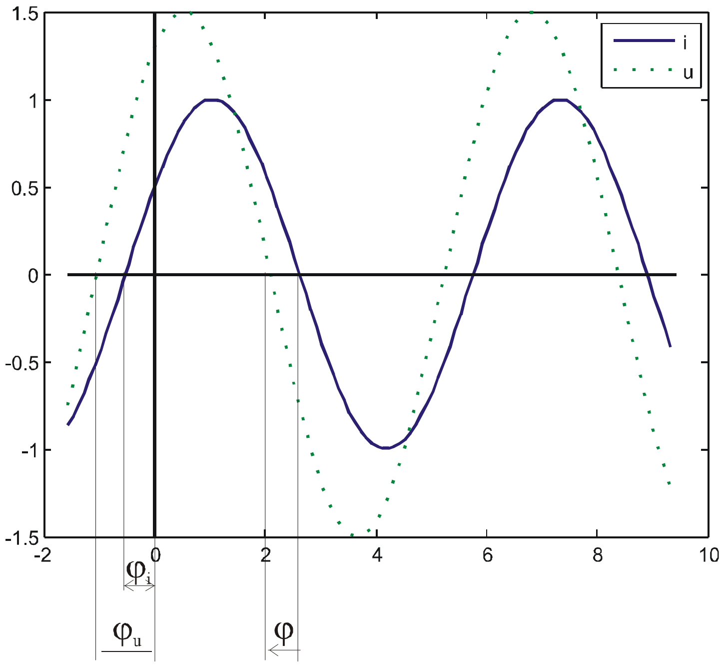
$i(t)/A = 10\sin(2\text{s}^{-1}t) + 2\sin(10\text{s}^{-1}t)$.



Zanimivo je, da je mogoče poljuben signal zapisati v obliki vsote sinusnih signalov, kar imenujemo Fourierova vrsta in se pogosto v praksi uporablja za analizo različnih oblik signalov (Fourierova analiza).

4. Fazni kot med dvema signaloma, običajno med napetostjo in tokom.

Vzemimo primer signala toka $i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi_i)$ in napetosti $u(t) = U_m \sin(\omega t + \varphi_u)$. Fazni kot med napetostjo in tokom je $\boxed{\varphi = \varphi_u - \varphi_i}$. Če je fazni kot pozitiven, rečemo, da napetost prehiteva tok, če pa je negativen, pa, da tok prehiteva napetost. To seveda ne gre jemati dobesedno, saj imata oba signala ob poljubnem času neko vrednost. Morda je najlažje določiti signal, ki prehiteva drugega tako, da pogledamo na grafu, kateri signal doseže maksimalno vrednost pred drugim. Pri tem moramo opazovati najkrajšo časovno razliko.



SLIKA: Primer, ko napetostni signal prehiteva tokovnega. Fazni kot je pozitiven.

5) Srednja ali povprečna vrednost signala

je določena s površino pod krivuljo signala v eni periodi deljena s periodo ali matematično (za npr. tokovni signal)

$$I_{sr} = \frac{1}{T}\int_0^T i(t)\mathrm{d}t \tag{17.1}$$

Ta zapis pogosto za harmonične signale preuredimo tako, da namesto integracije po času zapišemo integracijo po kotu ωt . V tem primeru je

$$I_{sr} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} i(t)\mathrm{d}(\omega t) \tag{17.2}$$

Slika: Periodični signal in njegova povprečna vrednost, ki je enaka površini signala deljeni s periodo Integral signala v eni periodi je torej enak $I_m T$.

6) Efektivna vrednost (ang. RMS – root mean square)

je določena kot koren iz srednje vrednosti kvadrata signala:

$$I_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2(t)\cdot dt} \qquad (17.3)$$

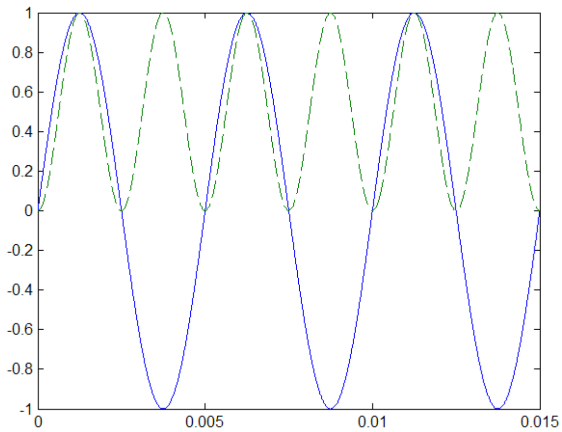
Efektivna vrednost signala je posebno pomembna tedaj, ko nas zanima povprečna moč ali energija signala, kar pa je v elektrotehniki pogosto.

Primer: Določimo srednjo in efektivno vrednost tokovnega signala oblike $i = I_m \sin(\omega t)$.

Izračun: $I_{sr} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} I_m \sin(\omega t)\mathrm{d}(\omega t) = \frac{1}{2\pi}\left(-\cos(\omega t)\big|_0^{2\pi}\right) = 0$. Srednja vrednost je očitno enaka nič, saj je sorazmerna površini pod krivuljo, ki pa je enaka v pozitivni in negativni Y osi. Drugače pa je z efektivno vrednostjo, saj s kvadriranjem postane signal izključno pozitiven. Pri izračunu upoštevamo zvezo $\sin^2(\omega t) = \frac{1}{2}(1-\cos(\omega t))$:

$$I_{ef} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} I_m^2 \sin^2(\omega t)\mathrm{d}(\omega t)} = I_m\sqrt{\frac{1}{2\pi}\left(\frac{2\pi}{2}-0\right)} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}.$$

Dobimo večini znan rezultat, da je efektivna vrednost harmoničnega signala enaka maksimalni vrednosti signala deljeni z $\sqrt{2}$.



SLIKA: Sinusni signal (polna črta) in kvadrat signala (črtkana črta).

Izris in izračun s programom Matlab: T=5e-3; om=2*pi/T; dt=T/1000; t=0:dt:3*T; plot(t,sin(om.*t),t,(sin(om.*t)).^2,'--')

7) Usmerjena vrednost (ang. rectified)
je določena kot povprečje usmerjenega signala, torej kot povprečna vrednost absolutne vrednosti signala.

$$I_r = \frac{1}{T}\int_0^T |i(t)|\,\mathrm{d}t$$

8) Faktor oblike (ang. form factor) pogosto uporabimo za karakterizacijo oblike signala. Določen je kot kvocient efektivne in usmerjene vrednosti

$$\text{faktor oblike} = FF = \frac{I_{ef}}{I_r}. \tag{17.4}$$

Merjenje efektivne vrednosti signala v praksi
Cenejši merilni inštrumenti ne merijo prave efektivne vrednosti, pač pa jo določajo iz usmerjene vrednosti ali pa iz maksimalne vrednosti. V primeru signala sinusne oblike je $I_{ef} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$, usmerjena vrednost pa je (integriramo le do π, ker se potem signal ponovi):
$I_r = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} |I_m \sin(\omega t)|\,\mathrm{d}(\omega t) = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} I_m \sin(\omega t)\mathrm{d}(\omega t) = I_m \frac{1}{\pi}\left(-\cos(\omega t)\right)\Big|_0^{\pi} = I_m \frac{2}{\pi} = 0,64 I_m$. Faktor oblike je torej $FF = \frac{I_{ef}}{I_r} = \frac{I_m/\sqrt{2}}{I_m 2/\pi} \cong 1{,}1107$. Merilni inštrument za izračun efektivne vrednosti torej pomnoži izmerjeno usmerjeno vrednost signala s faktorjem 1,1107, pri čemer predvideva, da je signal sinusne oblike. Čim je merjeni signal drugačne oblike, je prikazani rezultat efektivne vrednosti napačen. Boljši inštrumenti merijo t.i. "pravo" efektivno vrednost (ang. true RMS).

VEČ:
http://cp.literature.agilent.com/litweb/pdf/5988-6916EN.pdf
http://cp.literature.agilent.com/litweb/pdf/5988-5513EN.pdf
http://us.fluke.com/usen/support/appnotes/default?category=AP_DMM(FlukeProducts)&parent=APP_NOTES(FlukeProducts)#

SLIKA: TRUE RMS meter Fluke 114.

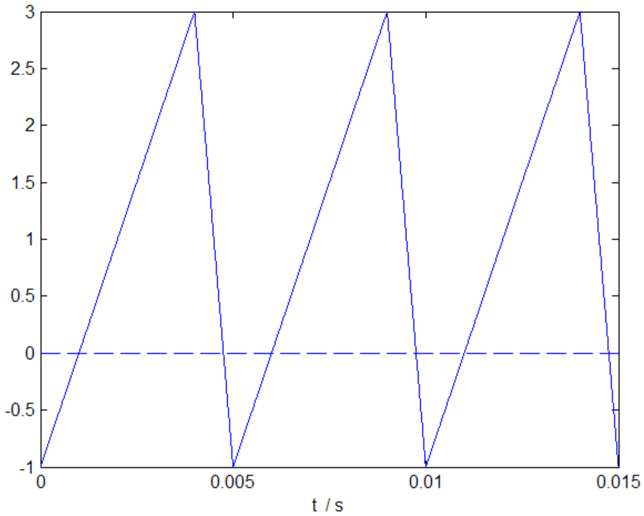
Za merjenje prave efektivne vrednosti je mogoče uporabiti več metod. En od principov temelji na uporabi termistorja, ki meri spremembo temperature na elementu, ta pa je neposredno povezana z efektivno vrednostjo toka. Na tržišču obstajajo tudi čipi, ki opravljajo množenje (kvadriranje) signala in s tem močno olajšajo delo. Primer takega elementa je čip AD8361 podjetja Analog Devices, www.analog.com. Vse več inštrumentov pa že zajema signale s pomočjo analogno/digitalne pretvorbe, kjer je izračun efektivne vrednosti mogoč z enostavno numerično integracijo kvadriranega signala. Vir: http://en.wikipedia.org/wiki/True_RMS_converter.

7) Podobno kot faktor oblike je definiran **temenski faktor** (**ang. crest factor**). Določen je kot kvocient maksimalne in efektivne vrednosti

$$\text{temenski faktor} = \frac{I_m}{I_{ef}} \tag{17.5}$$

Za sinusni signal je temenski faktor enak $\frac{I_m}{I_m/\sqrt{2}} = \sqrt{2} \cong 1{,}414$.

Primer: Določimo periodo, frekvenco, srednjo vrednost in efektivno vrednost časovne oblike tokovnega signala na sliki. Signal je naraščajoč v 80% časa periode in v preostalem času padajoč.



Izračun: Perioda signala je T = 5 ms, frekvenca je $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{5\text{ ms}} = 200\ s^{-1} = 200\text{ Hz}$. Za izračun srednje vrednosti moramo signal zapisati v matematični obliki in ga integrirati v času ene periode ter deliti s periodo. Ker je sestavljen iz premic (odsekoma zvezen), mora biti oblike $y = k \cdot t + n$. Iz zapisa v dveh skrajnih točkah od t = 0 do $t = 0{,}8 \cdot 5\text{ ms} = 4\text{ ms}$ velja $-1 = k \cdot 0 + n$ in $3 = k \cdot 4\text{ ms} - 1$, od koder dobimo enačbo $i(t) = 1\text{ A/ ms} \cdot t - 1\text{ A}$. Podobno dobimo za drugi del periode enačbo $i(t) = -4\text{ A / ms} + 19\text{ A}$.

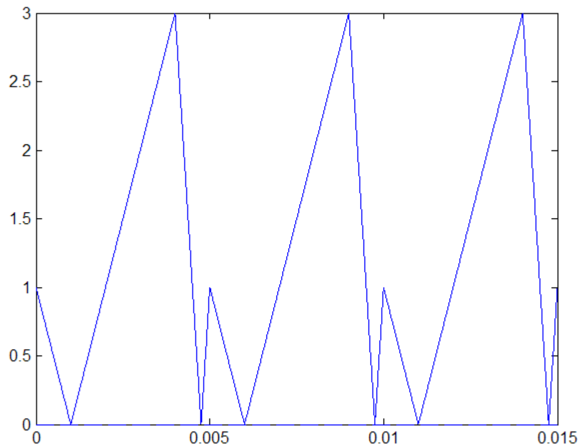
Sedaj uporabimo enačbo za izračun srednje vrednosti in dobimo $I_{sr} = \frac{1}{T}\int_0^T i(t)\mathrm{d}t = \frac{1}{5\text{ ms}}\left(\int_0^{4\text{ ms}} (1\text{ A / ms} \cdot \text{t} - 1\text{ A})\mathrm{d}t + \int_{4\text{ ms}}^{5\text{ ms}} (-4\text{ A / ms} \cdot \text{t} + 19\text{ A})\mathrm{d}t\right)$. Rešitev enačbe je:

$I_{sr} = \frac{1}{5\text{ ms}}\left(8 - 4 - 2(25 - 16) + 19(5 - 4)\right)\text{A} \cdot \text{ms} = 1\text{ A}$. Srednja vrednost tokovnega signala je 1 A. Z izračunom efektivne vrednosti je nekaj več dela, saj je potrebno rešiti sledeči integral:

$I_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i(t)\mathrm{d}t} = \sqrt{\frac{1}{5\text{ ms}}\left(\int_0^{4\text{ ms}} (1\text{A}/\text{ms}\cdot\text{t} - 1\text{A})^2\mathrm{d}t + \int_{4\text{ ms}}^{5\text{ ms}} (-4\text{A}/\text{ms} + 19\text{A})^2\mathrm{d}t\right)}$. Rešitev za vajo poskusite najti sami. Mi jo bomo poiskali kar s programom Matlab, ki da vrednost 1,5275.

Usmerjena vrednost je $I_r = \frac{1}{T}\int_0^T |i(t)|\,\mathrm{d}t = \frac{1}{5ms}\left(\int_0^{4\text{ ms}} |1\text{A}/\text{ms}\cdot\text{t} - 1\text{A}|\,\mathrm{d}t + \int_{4\text{ ms}}^{5\text{ ms}} |-4\text{A}/\text{ms} + 19\text{A}|\,\mathrm{d}t\right) = 1,250$

faktor oblike $= \frac{I_{ef}}{I_r} = 1{,}222$, temenski faktor $= \frac{I_m}{I_{ef}} = \frac{3}{1{,}5275} = 1{,}964$.



SLIKA: Absolutna vrednost signala: iz te izračunamo usmerjeno vrednost.

Izračun s programom Matlab (signal izrišemo v treh periodah, zato tudi povprečje računamo v treh periodah): T=5e-3; om=2*pi/T; dt=T/1000; t=0:dt:3*T; i=2*sawtooth(om.*t,0.8)+1; plot(t,i); Isr=trapz(i)*dt/(3*T); hold on; plot([0 0 3*T], [0 0 0],'b--');Ief=sqrt(trapz(i.^2)*dt/(3*T)); Ir=trapz(abs(i)*dt/(3*T)); FF=Ief/Ir

Dodatno: Kolikšna moč se troši na bremenu (uporu 3 kΩ), če gre skozi upor tok oblike na sliki (v amperih).

Izračun: Trenutna moč na uporu je $p = u_R i_R = i_R^2 R$. Povprečna moč pa bo $\overline{p} = P = \frac{1}{T}\int_0^T p\mathrm{d}t = \frac{1}{T}\int_0^T i_R^2 R\mathrm{d}t = R\cdot\frac{1}{T}\int_0^T i_R^2\mathrm{d}t = RI_{R,ef}^2$.

Povprečno moč običajno označimo z veliko črko *P*. Očitno je povprečna moč na uporu sorazmerna kvadratu efektivne vrednosti toka. Tu se že kaže pomembnost definiranja efektivne vrednosti: med drugim določa povprečno moč na uporu pri izmeničnih signalih. V konkretnem primeru je povprečna moč na uporu enaka $P = R\cdot I_{R,ef}^2 = 3\,\text{k}\Omega\cdot 1{,}5275\ \text{A}^2 = \underline{\underline{7\ \text{kW}}}$.

Če bi želeli preračunati moč, ki se na ohmskem bremenu troši z merilnikom, ki določa efektivno vrednost iz usmerjene vrednosti, bi dobili vrednost 1,25 1,1107 = 1,3884 namesto pravilne vrednosti 1,5275. Napaka prikaza bi bila 9,1 %.

Zveze med tokom in napetostjo na uporu, tuljavi in kondenzatorju

UPOR

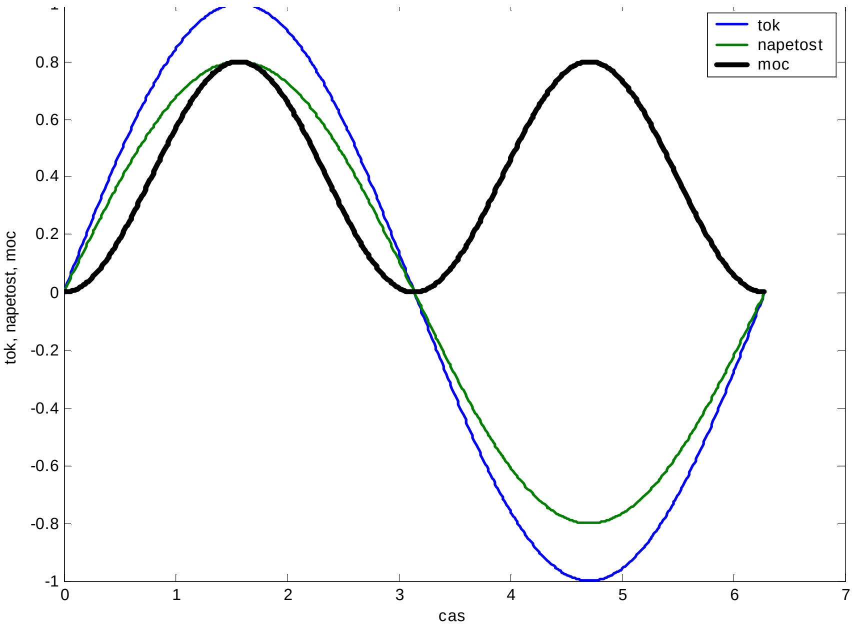
Velja zveza $u(t) = Ri(t)$.

Če je tok sinusne oblike $i = I_m \sin(\omega t)$, je napetost tudi sinusne oblike

$u = RI_m \sin(\omega t) = U_m \sin(\omega t)$, kjer je $U_m = RI_m$.

Moč na uporu dobimo kot zmnožek toka in napetosti na uporu

$$p = u \cdot i = i^2 R = I_m^2 R \sin^2(\omega t) \tag{17.6}$$



SLIKA: Tok in napetost na uporu sta v fazi. Moč niha z dvojno frekvenco in ima enosmerno komponento, ki je povprečna moč.

Moč. Moč na uporu lahko z uporabo zveze $\sin^2(\alpha) = \frac{1}{2}(1 - \cos(2\alpha))$ zapišemo kot

$$p = \frac{I_m^2 R}{2}(1 - \cos(2\omega t)) \tag{17.7}$$

Ugotovimo, da ima (trenutna) moč na uporu tudi sinusno obliko, vendar niha z dvojno frekvenco osnovnega signala, povprečna vrednost pa je $P = \frac{I_m^2 R}{2} = I_{ef}^2 R$. Povprečno vrednost moči določa efektivna vrednost (tokovnega ali napetostnega) signala.

Energija. Določimo še energijo v eni periodi (toplotna energija ali joulske izgube), ki bo

$$W_T = \int_0^T p\mathrm{d}t = PT = I_{ef}^2 RT \tag{17.8}$$

<u>Skupne ugotovitve za upor:</u>

1) Če je tok skozi tuljavo $i = I_m \sin(\omega t)$, bo napetost na uporu $u = U_m \sin(\omega t)$. **Napetost na uporu je v fazi s tokom**, kar lahko prikažemo tudi grafično na kazalčnem diagramu.
2) Amplituda napetosti je $U_m = I_m R$.
3) Upornost (*R)* je neodvisna od frekvence tokovnega (in napetostnega) signala.
4) Moč na uporu niha z dvojno frekvenco tokovnega (ali napetostnega) signala „okoli” enosmerne komponente, ki predstavlja povprečno moč in je enaka $P = \frac{I_m^2 R}{2} = I_{ef}^2 R$.

TULJAVA

Zveza med tokom skozi tuljavo in napetostjo na tuljavi je

$$u = \frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}t} = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}.$$

Če je tokovni signal oblike $i = I_m \sin(\omega t)$, bo napetost na tuljavi

$$u = L\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(I_m \sin(\omega t)\right) = LI_m\omega\cos(\omega t) = U_m\cos(\omega t) \text{ ali tudi } u = U_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right).$$

Napetosttni signal je časovno zamaknjen glede na tokovni signal. Rečemo, da napetost prehiteva tok za kot $\pi/2$. To lahko prikažemo tako v časovnem poteku, kot s kazalčnim diagramom ali kasneje – s kompleksorji v kompleksni ravnini.

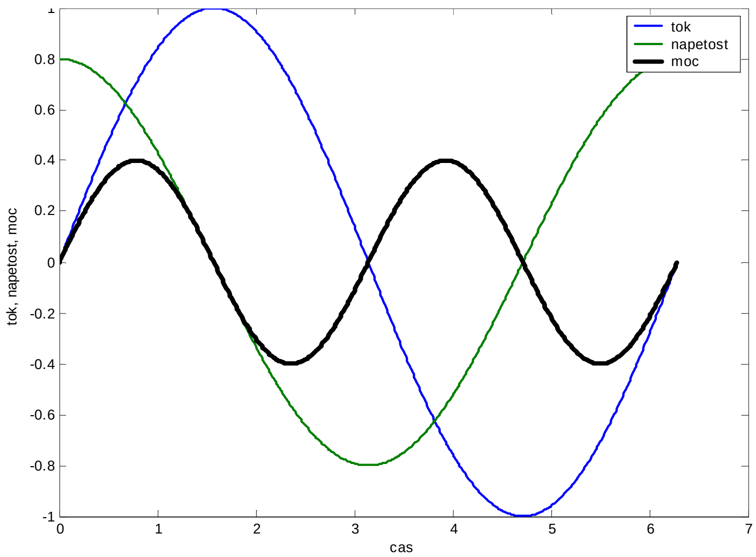
SLIKA: Časovni potek in kazalčni diagram faznega prehitevanja napetosti na tuljavi pred tokom.

Amplituda napetosti bo torej $U_m = I_m\omega L$, kjer $\omega L = X_L$ imenujemo reaktanca oz. upornost tuljave pri izmeničnih signalih. **Upornost tuljave (reaktanca) pri izmeničnih signalih se veča linearno s frekvenco in je enaka** $\frac{U_m}{I_m} = X_L = \omega L$.

Moč. Trenutna moč je zmnožek trenutne napetosti in toka na tuljavi, torej

$$p = iu = I_m \sin(\omega t)\cdot U_m \cos(\omega t) = \frac{I_m U_m}{2}\sin(2\omega t) \tag{17.9}$$

Trenutna moč niha z dvojno frekvenco vendar je brez enosmerne komponente. Povprečna (izgubna) moč je 0 W.



SLIKA: Tokovni in napetostni signal na tuljavi sta zamaknjena za četrtino periode. Napetost prehiteva tok, moč na tuljavi niha z dvojno frekvenco in nima enosmerne komponente. Povprečna moč na tuljavi je nič.

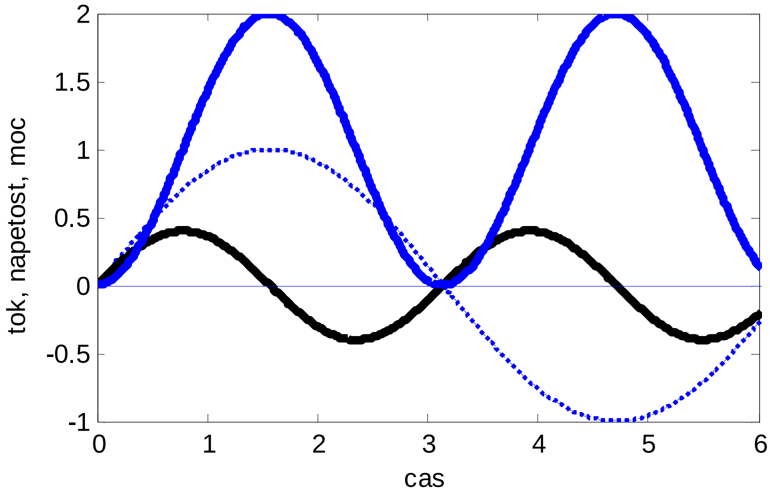
Energija. Energijo v tuljavi dobimo z integracijo moči $W(t)=\int_0^t p\mathrm{d}t=\frac{I_m U_m}{2}\int_0^t \sin(2\omega t)\mathrm{d}t=\frac{I_m U_m}{2.2\omega}\left(1-\cos(2\omega t)\right)$. Energija, ki je akumulirama v magnetnem polju tuljave, niha z dvojno frekvenco osnovnega signala, je v vsakem trenutku pozitivna in v povprečju velika

$$W_{\mathrm{sr}}=\frac{I_m U_m}{4\omega}=\frac{L I_m^2}{4}. \qquad (17.10)$$

Spomnimo se še druge oblike zapisa trenutne energije. V poglavju (13) smo obravnavali energijo v magnetnem polju tuljave in ugotovili, da jo lahko zapišemo kot $W(t)=\int_{t_0}^{t} p(t)\mathrm{d}t=\int_{t_0}^{t} L\frac{di}{dt}i\mathrm{d}t=\int_{i(t_0)}^{i(t)} L i di$ od koder smo zapisali enačbo za trenutno energijo v magnetnem polju tuljave z induktivnostjo L v obliki $W=\frac{Li^2}{2}$.

Maksimalna energija v tuljavi nastopi tedaj, ko je maksimalen tok. Tedaj je

$$W_{\max}=\frac{L I_m^2}{2} \qquad (17.11)$$



Slika:Moč (polna črna črta) in energija (polna modra črta) pri vzbujanju tuljave s sinusnim tokovnim signalom (modra črtkana črta).

<u>Skupne ugotovitve za tuljavo:</u>

1) Če je tok skozi tuljavo $i = I_m \sin(\omega t)$, bo napetost na tuljavi $u = U_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$. **Napetost na tuljavi prehiteva tok** za četrtino periode signala, kar lahko prikažemo tudi grafično na kazalčnem diagramu.
2) Amplitudo napetosti lahko zapišemo tudi kot $U_m = I_m \omega L$, kjer je ωL upornost tuljave pri izmeničnih signalih, kar imenujemo tudi **reaktanca** $X_L = \omega L$. Reaktanca se linearno veča s frekvenco.
3) Za lažjo predstavo lahko tuljavo pri zelo nizkih frekvencah (enosmerne razmere) nadomestimo s kratkim stikom (zelo majhna upornost), pri zelo visokih pa z odprtimi sponkami (zelo velika upornost).
4) Moč na tuljavi niha z dvojno frekvenco tokovnega (ali napetostnega) signala, povprečna moč je enaka nič.
5) Energija v magnetnem polju tuljave niha z dvojno frekvenco osnovnega signala, je vedno pozitivna in v povprečju velika $\overline{W} = W_{sr} = \frac{LI_m^2}{4}$. Trenutna vrednost je sorazmerna kvadratu toka $W = \frac{Li^2}{2}$, maksimalna energija v tuljavi nastopi vsako četrtino periode signala, ko je velika $W_{max} = \frac{LI_m^2}{2}$.
6) Za vezja, v katerih napetost prehiteva tok rečemo, da imajo **induktivni karakter**.

Primer: Na toroidno jedro okroglega preseka površine 1 cm^2 , s srednjim polmerom 2 cm in μ_r = 100, navijemo 500 ovojev. Kolikšna je napetost na tuljavi, če jo vzbujamo s tokom $i = 0,4\cos(100\text{s}^{-1}t)$ A ? Določimo še povprečno in maksimalno moč na tuljavi.

<u>Izračun</u>: Induktivnost toroida je $L = \frac{\mu_r \mu_0 N^2 A}{2\pi r_s} = 25$ mH , torej je induktivna upornost $X_L = \omega L = 2,5\,\Omega$, maksimalna napetost je $U_m = I_m X_L = 0,4\text{ A} \cdot 2,5\Omega = 10\text{ V}$. Če bi želeli zapisati napetost na tuljavi v obliki časovnega signala, bi morali upoštevati, da napetost na tuljavi tok prehiteva za fazni kot $\frac{\pi}{2}$, torej bo $u(t) = 10\cos(100\text{s}^{-1}t + \frac{\pi}{2})$ V . Povprečna moč je enaka nič vatov, maksimalna moč je $\frac{I_m U_m}{2} = 2$ W , povprečna energija je $W_{sr} = \frac{L I_m^2}{4} = 1$ mJ , maksimalna pa 2 mJ.

KONDENZATOR

Zopet vzemimo sinusno obliko toka $i = I_m \sin(\omega t)$. Tok izrazimo s časovno spremembo naboja na ploščah kondenzatorja $i = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t}$ in upoštevamo zvezo med nabojem na ploščah in napetostjo $Q(t) = Cu(t)$ in dobimo $i = C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$. Ker tok poznamo, zanima pa nas napetost, izrazimo napetost na kondenzatorju kot[1] $u = \frac{1}{C}\int_0^t i\mathrm{d}t + u(0)$. Za sinusno obliko toka bo napetost enaka

$u = \frac{1}{C}\int_0^t I_m \sin(\omega t)\cdot dt + u(0) = -\frac{I_m}{\omega C}\cos(\omega t) = \frac{I_m}{\omega C}\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$ oziroma

$u = U_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$. Napetost na kondenzatorju zaostaja za tokom za četrtino periode.

SLIKA: Časovni potek in kazalčni diagram faznega zaostajanja napetosti na kondenzatorju pred tokom.

Amplituda napetosti je torej $U_m = \frac{I_m}{\omega C}$.

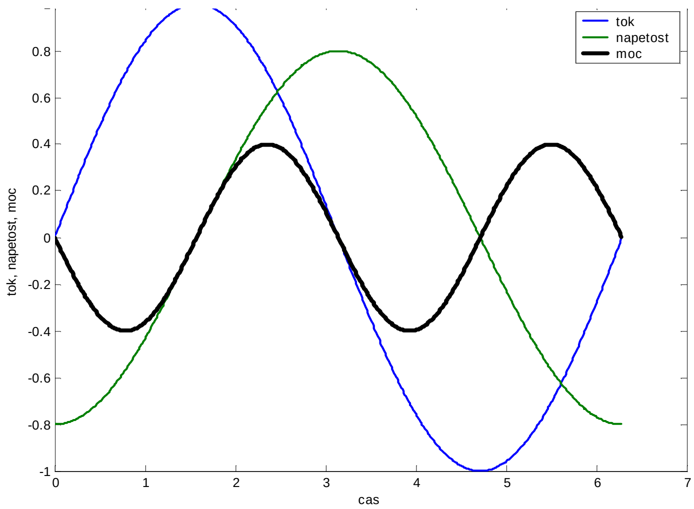
Člen $\frac{1}{\omega C}$ ima enoto upornosti in tudi predstavlja upornost kondenzatorja pri izmeničnih signalih.

Moč. Trenutna moč je zmnožek trenutne napetosti in toka na kondenzatorju, torej

$$p = iu = -I_m \sin(\omega t)\cdot U_m \cos(\omega t) = -\frac{I_m U_m}{2}\sin(2\omega t) \tag{17.12}$$

Trenutna moč niha z dvojno frekvenco vendar brez enosmerne komponente, enako kot pri tuljavi. Povprečna (izgubna) moč je torej tako kot na tuljavi enaka nič vatov.

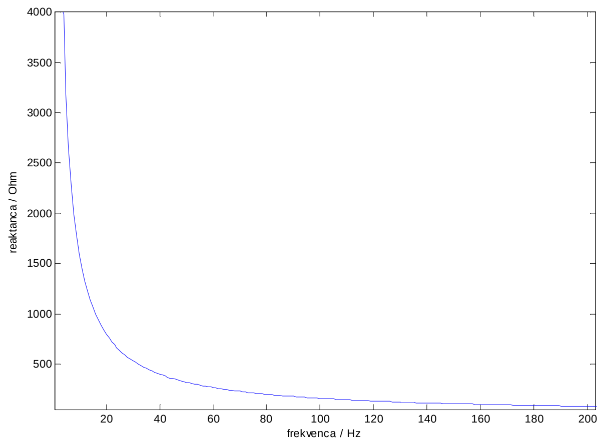
[1] Zakaj dodamo $u(0)$? Pri veličinah, ki so določene z integralom, je potrebno upoštevati "zgodovino" integranta. Torej bi bilo vedno potrebno slediti integrirano veličino od –inf. , torej $u = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^t i\mathrm{d}t = \frac{1}{C}\int_0^t i\mathrm{d}t + u(0)$.



SLIKA: Tokovni in napetostni signal na kondenzatorju. Napetost na kondenzatorju zaostaja za tokom za četrtino periode signala.

Energija. Podobno kot pri tuljavi energija v kondenzatorju niha z dvojno frekvenco osnovnega signala, je vedno pozitivna, v povprečju enaka $W_{sr} = \frac{CU_m^2}{4}$, maksimalna energija shranjena v polju kondenzatorja pa je $W_{\max} = \frac{CU_m^2}{2}$.

SLIKA: Kapacitivna upornost $X_C = \frac{1}{\omega C}$ se zmanjšuje s višanjem frekvence vzbujalnega signala s funkcijsko odvisnostjo $1/f$. Na sliki je reaktanca za C = 10 µF.



Skupne ugotovitve za kondenzator:

1) Če je tok skozi tuljavo $i = I_m \sin(\omega t)$, bo napetost na kondenzatorju $u = U_m \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$.

   Tok na kondenzatorju prehiteva napetost za četrtino periode signala, kar lahko prikažemo tudi grafično na kazalčnem diagramu.

2) Amplitudo napetosti lahko zapišemo tudi kot $U_m = \frac{I_m}{\omega C}$, kjer je $\frac{1}{\omega C}$ upornost kondenzatorja pri izmeničnih signalih[2]. Upornost kondenzatorja se manjša s frekvenco.
3) Za lažjo predstavo lahko kondenzator pri zelo nizkih frekvencah (enosmerne razmere) nadomestimo z odprtimi sponkami (zelo velika upornost), pri zelo visokih pa s kratkim stikom (zelo majhna upornost).
4) Moč na kondenzatorju niha z dvojno frekvenco tokovnega (ali napetostnega) signala, povprečna moč je enaka nič.
5) Energija niha z dvojno frekvenco osnovnega signala, v povprečju je enaka $W_{sr} = \frac{CU_m^2}{4}$, maksimalna energija v kondenzatorju nastopi vsako četrtino periode signala, ko je velika $W_{\max} = \frac{CU_m^2}{2}$. Energija je akumulirana v električnem polju kondenzatorja.
6) Za vezja, v katerih napetost zaostaja za tokom rečemo, da imajo **kapacitivni karakter**.

Primer: Na kondenzator kapacitivnosti 8 μF priključimo vir napetosti sinusne oblike amplitude 1 V. Kolikšna mora biti frekvenca napetostnega signala, da bo imel tok kondenzatorja amplitudo 2,5 mA?

Izračun: Iz $U_m = \frac{I_m}{\omega C}$ dobimo $\omega C = \frac{1\ \text{V}}{2{,}5\ \text{mA}} = 400\ \Omega$, od koder je $\omega = \frac{1}{400\ \Omega \cdot 8\ \mu\text{F}} = 312{,}50\ \text{s}^{-1}$ oziroma $f = \frac{312{,}50}{2\pi}\ \text{Hz} \approx 50\ \text{Hz}$.

Vprašanja za obnovo:
1) Osnovni pojmi: perioda, frekvenca, kotna frekvenca.
2) Srednja vrednost, efektivna vrednost, usmerjena vrednost, faktor oblike, temenski faktor.
3) Zveze med tokom in napetostjo na uporu, tuljavi in kondenzatorju:
   a. Časovni signali, kazalčni prikaz
   b. Prehitevanje ali zaostajanje toka za napetostjo, karakter vezja
   c. Moč, povprečna moč
   d. Energija, trenutna energija, povprečna, maksimalna
   e. Upornosti pri izmeničnih signalih

Kolokvijske in izpitne naloge:

Efektivna vrednost:
2. kolokvij, 13. 06.2002
izpit, 20. junij 2003
Izpit 26. 6. 2002
izpit, 8. aprila 2002

[2] Pogosto se uporablja zapis reaktance kondenzatorja kot $X_C = \frac{1}{\omega C}$. Kasneje bomo ugotovili, da je reaktanca definirana kot imaginarni del impedance in je v primeru kondenzatorja negativna, torej $X_C = -\frac{1}{\omega C}$.