

Primeri upoštevanja matematične magnetilne krivulje pri izračunu inducirane napetosti

Vzemimo primer jedra z nelinearno in linearizirano magnetilno krivuljo, na katerem imamo navitje s 1000 ovoji. Jedro ima presek 1 cm^2 in srednjo dolžino $0,24 \text{ m}$.

V primeru, da predpostavimo linearizirano magnetilno krivuljo, je induktivnost jedra neodvisna od vzbujačnega toka, torej konstantna. Inducirana napetost pa bo enaka kar

produktu induktivnosti in časovnem odvoda toka v ovojih $u_i = -L \frac{di}{dt}$. V primeru

vzbujanja s sinusnim signalom, bo potek inducirane napetosti kosinusna funkcija.

Če pa upoštevamo nelinearnost uvedeno z magnetilno krivuljo, je potrebno izračunati fluks skozi jedro in ga odvajati po času. Inducirana napetost popačena, velikost popačenja pa je odvisna od velikosti vzbujačnega signala.

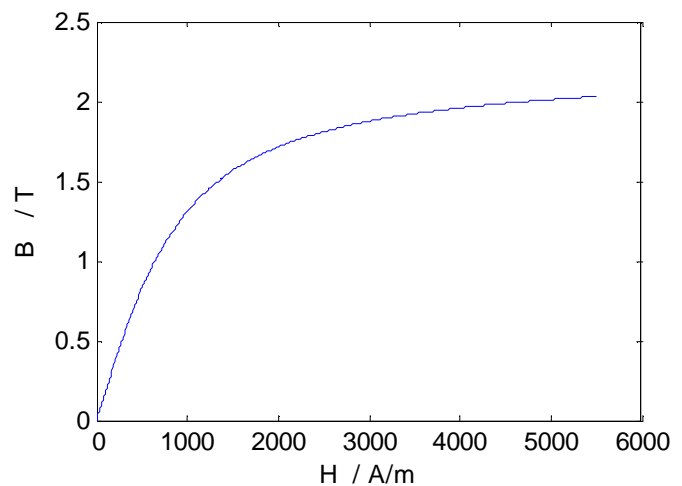
V primerih ni upoštevana histerezna $B(H)$ karakteristika.

1. primer: Magnetilna krivulja

podana v matematični obliki

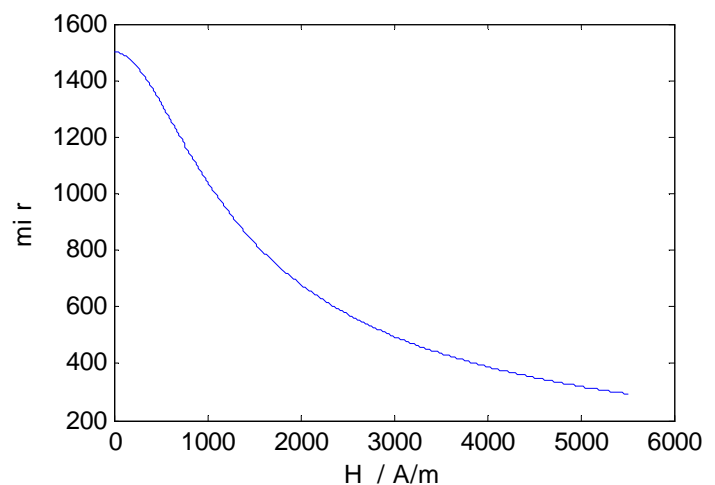
$$B = \sqrt{2} * \text{atan}(H/750) ;$$

Slika na desni prikazuje predpostavljeno magnetilno krivuljo zapisano v obliki matematične funkcije arkus tangens.



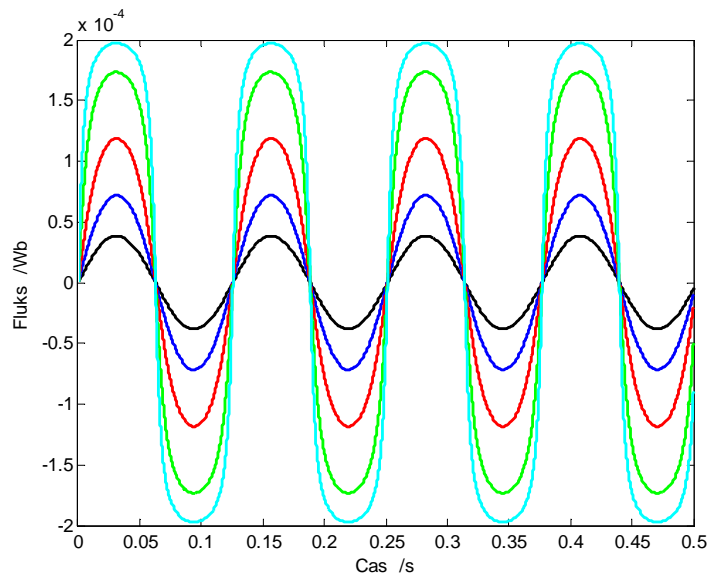
V skladu z enačbo $\mu_r = \frac{B}{\mu_0 H}$ je

relativna permeabilnost (μ_r) iz zgornje magnetilne krivulje prikazana na sliki na desni.

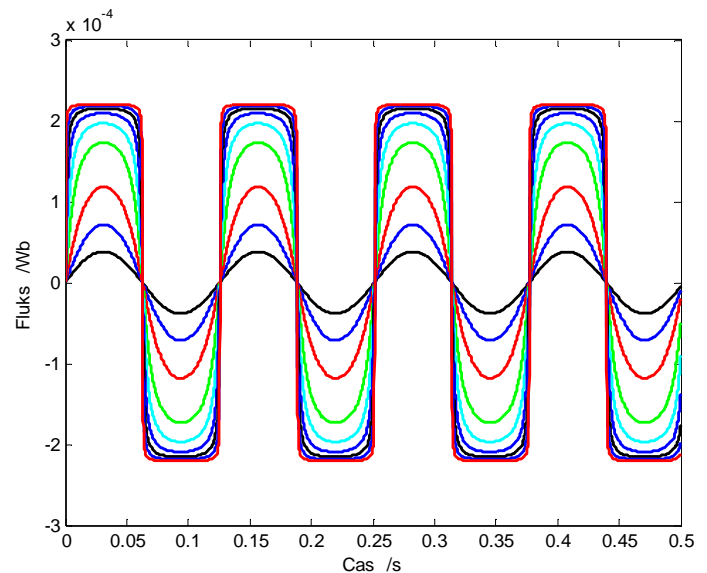


Magnetni pretok – fluks

Ker predpostavimo homogenost gostote magnetnega pretoka v jedru, je fluks enak produktu magnetnega pretoka in preseka, torej je časovno spreminjanje fluksa v jedru enako časovnemu spreminjanju gostote magnetnega pretoka v jedru. Pri majhnih amplitudah toka je signal fluksa enak signalu vzbujalnega toka (sinusne oblike), pri večjih pa postaja bolj popačene oblike, ki gre v smeri pravokotnega signala, kot kažjo slike.

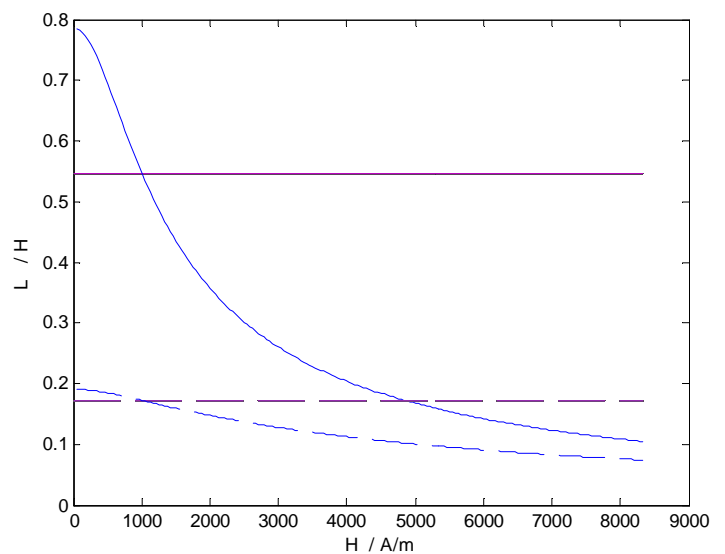


V nasičenju je oblika fluksa v jedru skoraj pravokotne oblike.



Induktivnost

Vzemimo primer jedra brez zračne reže in z zračno režo 0,5 mm. Primerjamo induktivnost določeno z linearizacijo magnetilne krivulje pri $H = 1000 \text{ A/m}$ in induktivnost, določeno iz $L = \frac{N\Phi}{I}$. V prvem primeru bo induktivnost konstantna (zgornja črta na sliki desno), v drugem pa nelinearna (polna črta). Z vstavitvijo zračne reže se zmanjša B in induktivnost. Zračna reža zmanjša nelinearnost induktivnosti.



Inducirana napetost

Kakšna pa bo inducirana napetost, če predpostavimo, da se bo signal “gibal” po izrisani magnetilni krivulji (brez histereze)? V tem primer je potrebno izračunati odvod fluksa po času.:

Vzbujalni tok je sinusne oblike.

$$i = I_{\max} \cdot \sin(\omega \cdot t);$$

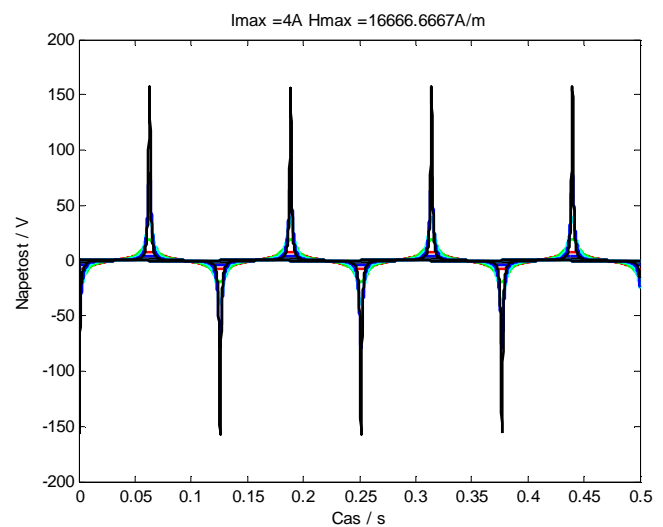
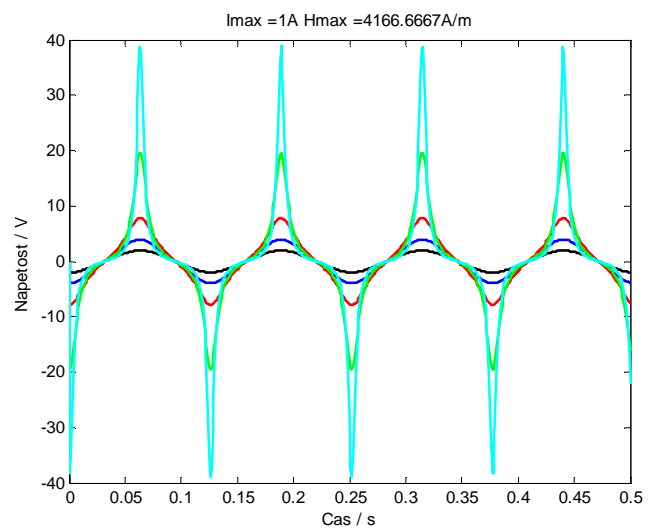
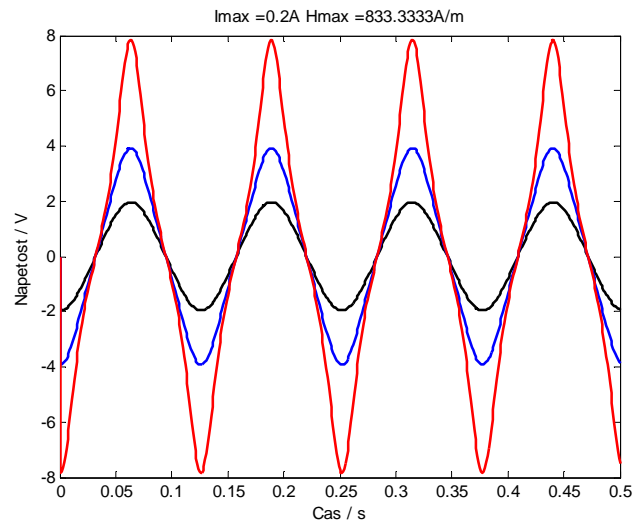
$$B = B \cdot l (N \cdot i / l);$$

$$\text{Fluks} = B \cdot A;$$

$$u = -N \cdot [0 \text{ diff}(\text{Fluks})] / dt;$$

Popačenje napetostnega signala je odvisno od amplitude toka. Za majhne amplitude je napetostni signal še dokaj nepopačen (kosinusne oblike), z večanjem amplitude pa se večja tudi popačenje. Slika desno zgoraj kaže tri oblike inducirane napetosti, pri sinusnem tokovnem vzbujanju z amplitudami toka 0,05, 0,1 in 0,2 A. Ugotovimo večanje popačenja signala z večanjem amplitude toka.

Popačenje se z večanjem amplitude toka še povečuje (sliki desno na sredini in spodaj). Inducirana napetost postaja pri zelo velikih vrednosti polja izrazito nelinearna. Dobimo napetostne špice, tam, kjer tokovni signal prehaja iz pozitivne v negativno vrednost, saj se okoli te točke fluks najhitreje spreminja.

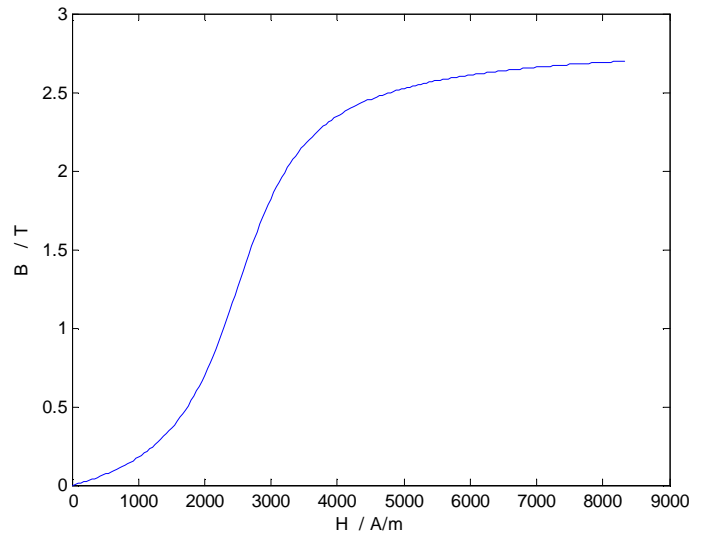


2. primer nelinearne magnetilne krivulje

Vzemimo magnetilno krivuljo, aproksimirano s zamaknjeno Arctan funkcijo v obliki Matlab formule:

```
function [B]= BB(H)
Hmax=10000;
s=abs(H)*(4*pi)/Hmax-pi;
B=(atan(s)-atan(-pi)).*sign(H)
```

Funkcijo prikazuje slika desno.

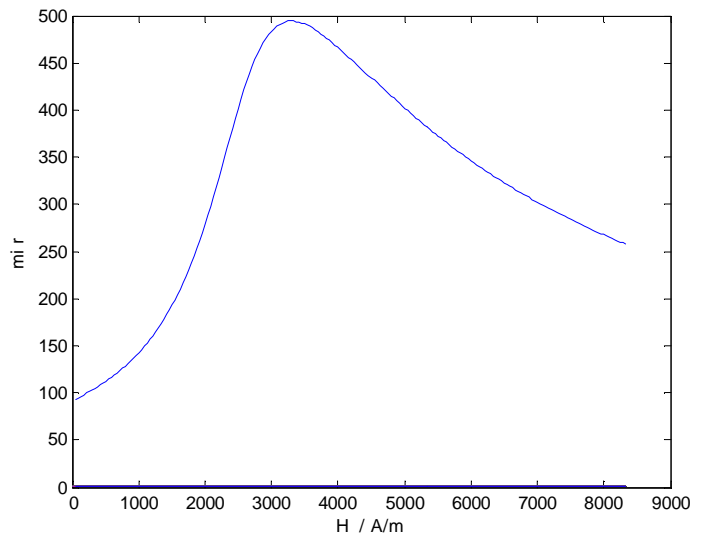


Statična relativna permeabilnost

Dobimo jo iz kvocienta gostote in jakosti magnetnega polja. Enake oblike kot je (statična) relativna permeabilnost, je tudi induktivnost, izračunana iz kvocienta fluksa in toka v jedru.

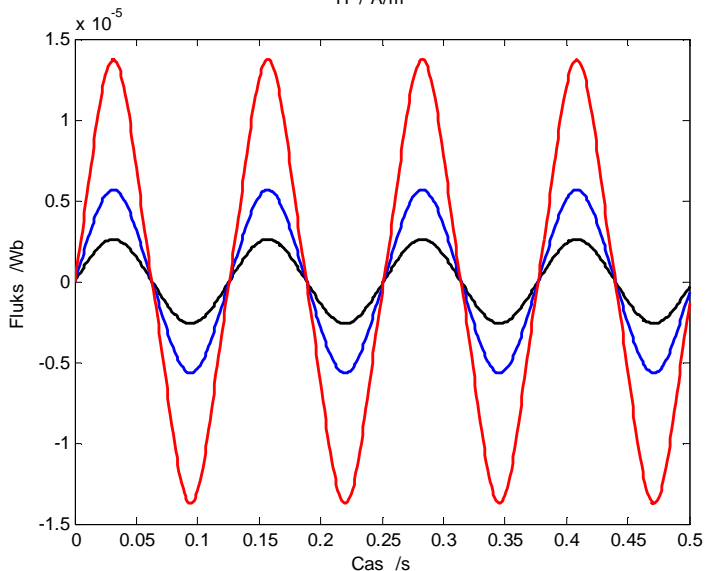
```
plot(H, BB(H)./(mi0*H));
```

Pri velikih vrednosti jakosti polja bi morala iti relativna permeabilnost proti vrednosti 1 (narisana gre proti 2,8).



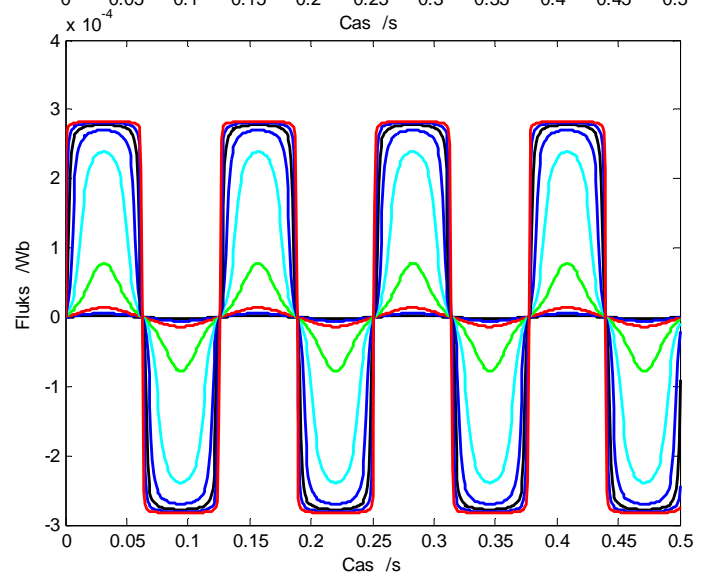
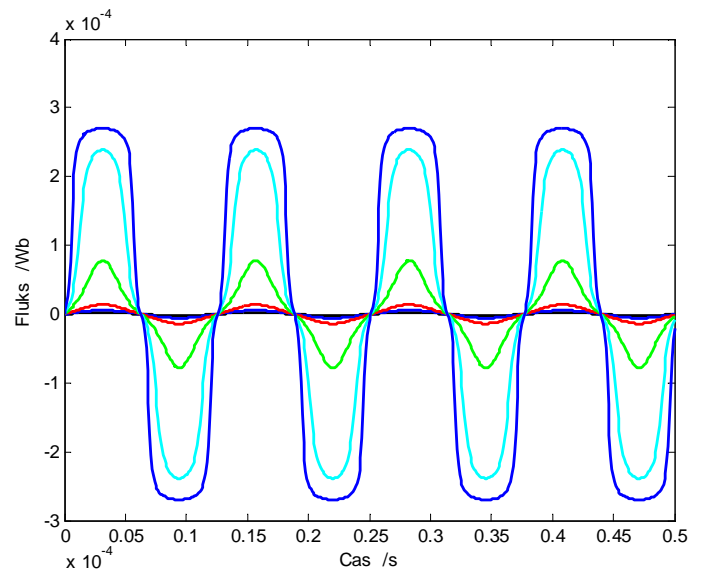
Magnetni pretok – fluks

Ob predpostavki homogenega polja v jedru je fluks enak produktu gostote pretoka in preseka. Če upoštevamo nelinearno magnetilno krivuljo, je fluks odvisen od nelinearnosti $B(H)$ karakteristike. Na sliki desno je prikazan časovni potek fluksa skozi jedro za amplitude vzbujalnega toka 0,05, 0,1 in



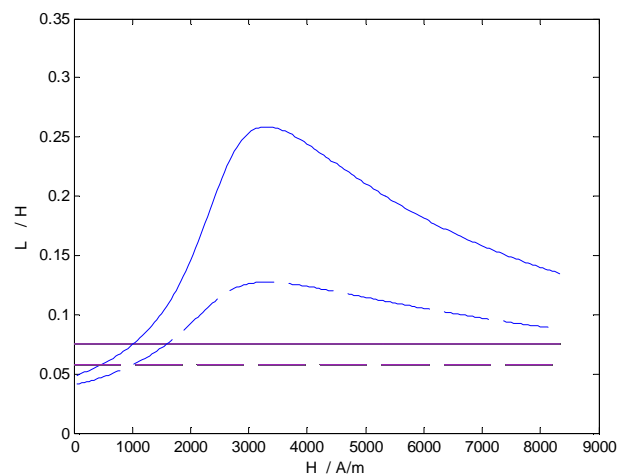
0,2 A. Oblika toka je sinusna (ni narisana), oblika fluksa pa se od sinusne oblike razlikuje, saj se z večanjem toka (jakosti polja) polje izraziteje veča (v skladu z relativno permeabilnostjo na prejšnji strani).

Če se amplituda toka še povečuje, prehaja jedro v del magnetilne krivulje, kjer se B spreminja počasneje s H-jem (bližanje nasičenju jedra). V tem delu postaja potek fluksa bolj "pravokotne" oblike. To se še izraziteje pojavlja v primeru, ko je vzburjanje tako veliko, da je jedro v nasičenju. V takem primeru bo fluks v jedru praktično pravokotne oblike, kot prikazuje spodnja slika.



Induktivnost

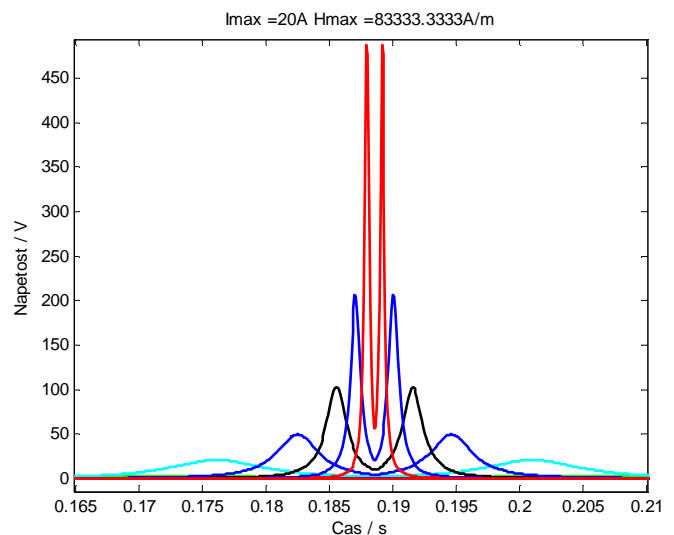
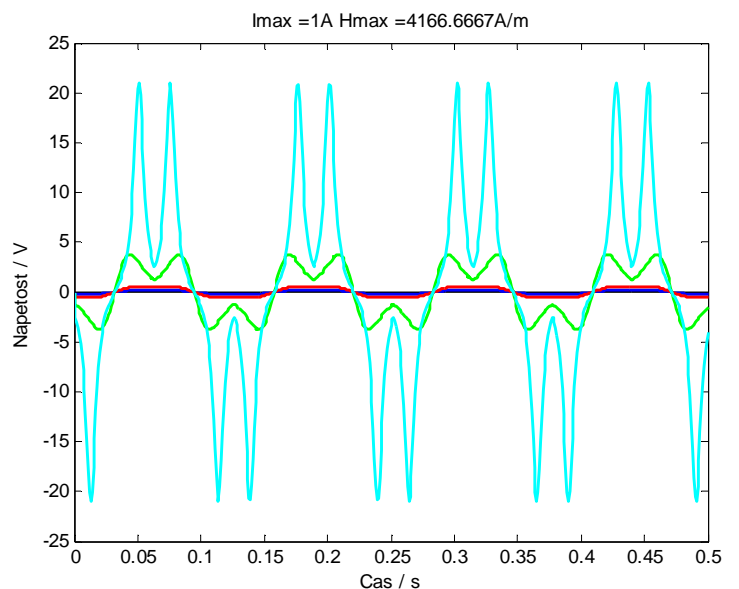
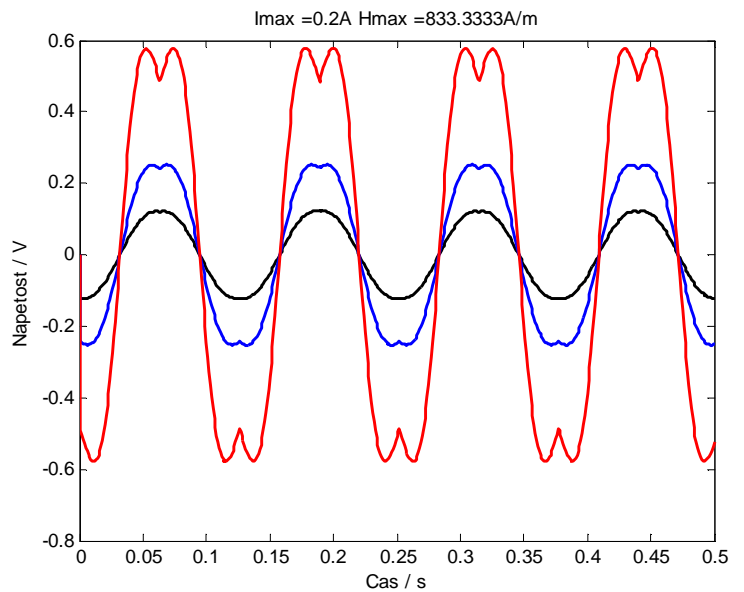
Induktivnost izračunamo iz razmerja magnetnega sklepa in toka. V primeru linearne $B(H)$ karakteristike je induktivnost konstantna, sicer je odvisna od toka (H ja). Nelinearnost lahko zmanjšamo z zračno režo v jedru, kar prikazuje slika. Dve ravni črti prikazujeta linearizirano induktivnost za $H = 1000 \text{ A/m}$ z in brez zračne reže in hkrati induktivnost z upoštevanjem nelinearnosti magnetilne krivulje. Z vključitvijo zračne reže se induktivnost zmanjša, hkrati pa je bolj konstanta.



Inducirana napetost

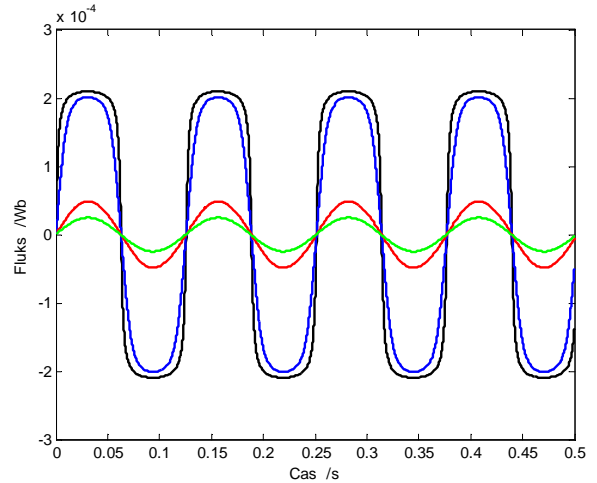
Inducirano napetost dobimo z odvajanjem fluksa po času in množenjem s številom ovojev. Pri majhnih tokih (jakostih polja) je napetostni signal še dokaj nepopačen (kosinusna funkcija), pri velikih pa je vedno bolj popačen. Zgoraj je prikazana inducirana napetost pri vzbujujanju s sinusnim signalom amplitude toka 0,05, 0,1 in 0,2 A, spodaj pa dodana še napetostna signala pri vzbujujanju s sinusnim tokom amplitude 0,5 A in 1 A.

Pri nadaljnjem povečevanju amplitude toka je jedro vedno dlje časa v nasičenju. Tedaj se fluks časovno le malo spreminja, odvod fluksa (inducirana napetost) po času pa majhen. Dobimo izrazite špice inducirane napetosti, ki sta posledica prehoda jedra v nasičenje in iz nasičenja. Na sliki je prikazan detajl odzivov (inducirane napetosti) za polovico periode.



Spreminjanje debeline zračne reže pri enaki magnetilni krivulji kot v prejšnjem primeru.

V prejšnjem primeru smo uporabili jedro brez zračne reže. V primeru, da uporabimo jedro z zračno režo, se zveča magnetna upornost celotnega jedra, kar se odraža v manjši gostoti magnetnega pretoka v jedru in posledično manjšemu fluksu v jedru. To prikazuje slika za tok sinusne oblike amplitude 2 A in debeline zračnih rež (z zanemaritvijo stresanja polja) 0 mm (veliko popačenje in velik fluks), 0,5 mm, 5 mm in 10 mm (majhno popačenje in majhen fluks). (Izračun v Matlabu opravimo tako, da najprej določimo zvezo med B in H, nato določimo za poljubni H določen tok, potem pa izračunamo obratno, za točke na sinusni obliki toka določimo B_j).

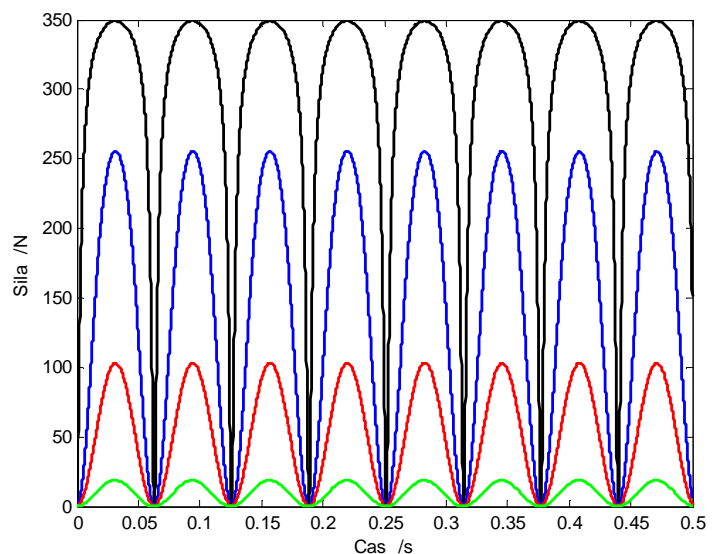
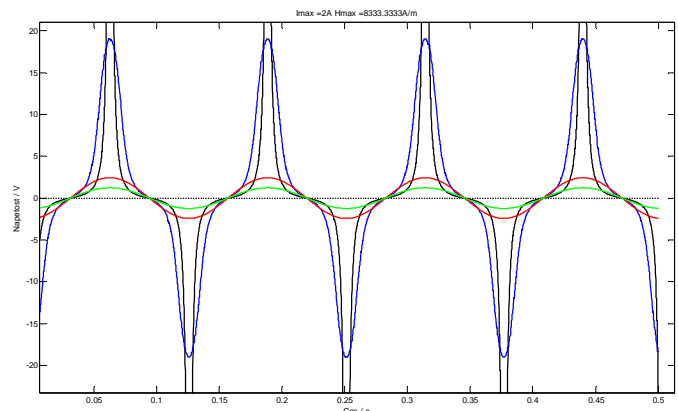


```
H1=-12000:100:12000;
B1=BB1(H1)
Imax=2;
for lz=[0,0.5e-3,5e-3,1e-2]
i=Imax*sin(omega*t);
II=H1*l/N+B1*lz/mi0/N;
Bi= interp1(II,B1,i)
Fluksl=Bi*A;
```

Napetostni signal dobimo z odvajanjem fluksa (in množenjem s številom obojev). Pri majhnih zračnih režah je inducirana napetost velika vendar popačene oblike glede na tokovni signal, pri velikih zračnih režah pa je amplituda inducirane napetosti manjša, je pa zato signal manj popačen (kosinusne oblike). Med poloma zračne reže deluje sila, ki je sorazmerna kvadratu gostote polja v zračni reži

$$F = \frac{B^2}{2\mu_0} A . \text{ Sila niha z dvojno}$$

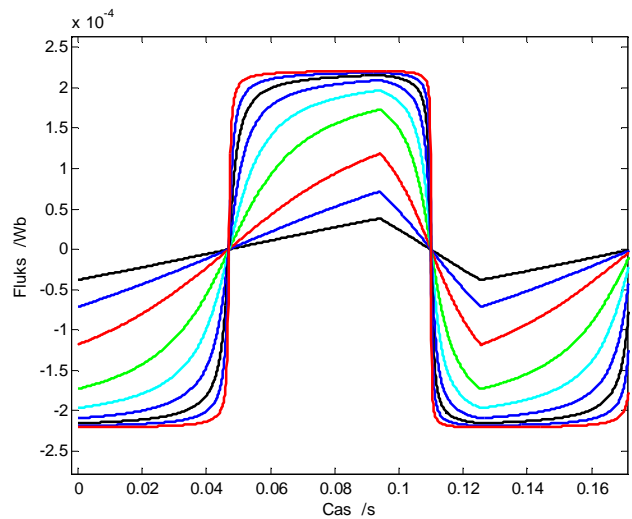
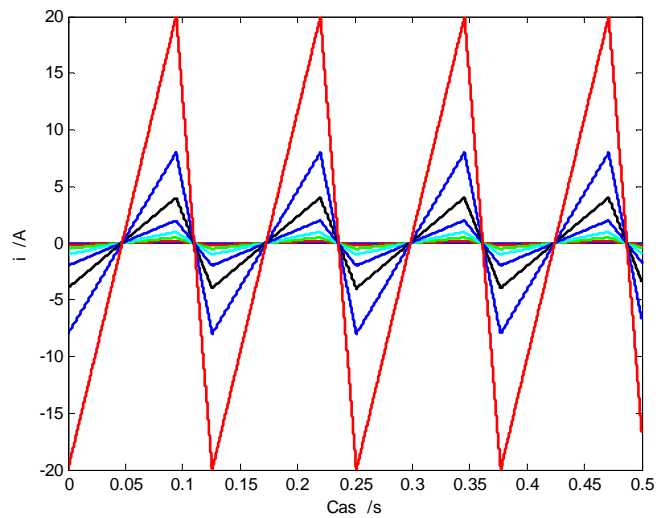
frekvenco vzbujalnega signala in je v primeru nepopačenja tudi sinusne oblike.



Primer trikotne oblike tokovnega signala

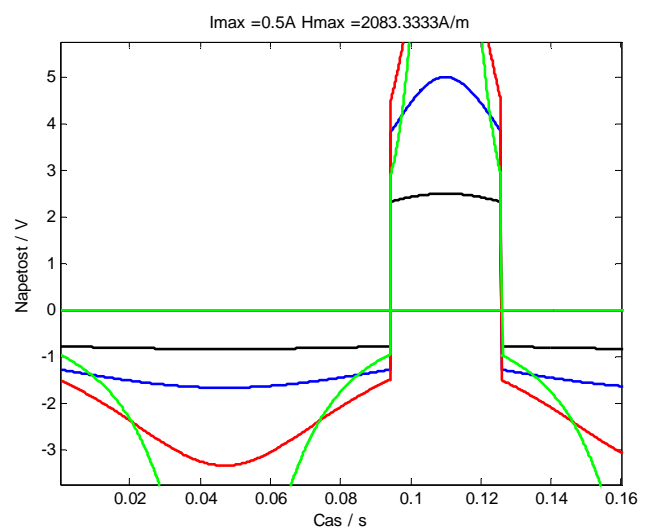
Vzemimo tokovni signal na sliki desno, pri katerem dve tretjini periode signal narašča in eno tretjino pada.

Za tokovni signal na sliki dobimo fluks, ki je tudi trikotne oblike, dokler popačenje ni tako veliko. Pri večjih vrednostih vzbujanja se oblika fluksa približuje pravokotni obliki (v nasičenju).



Pri majhnih vzbujalnih signalih trikotne oblike je inducirana napetost pravokotne oblike različnih amplitud zaradi različnih naklonov tokovnega signala. Večji naklon, večja je inducirana napetost.

Pri večanju amplitude tokovnega signala se jedro nahaja vedno večji del časa v nasičenju, zato bo špica napetostnega signala v bližini točke, ko prehaja tok iz pozitivne v negativno vrednost.



Program za izračune:

Celoten program za izračune (v enem primeru je potrebno uporabiti funkcijo BB, v drugem pa BB1). Za vmesne prikaze je potrebno dodati funkcijo break.

```
mi0=4*pi*1e-7;
A=1e-4;
l=0.24;
N=1000;
Imax=2;
I=0:0.01:Imax;

H=N*I/l;

H1000=N*l/l

plot(H,BB(H)); xlabel('H / A/m'); ylabel('B / T')

figure; plot(H,BB(H)./(mi0*H)); xlabel('H / A/m'); ylabel('mi r')

% lineariziram pri H=1000
B1000=BB(1000);
mir1000=B1000/(mi0*1000)
Fluks=B1000*A
I1000=1000*l/N;
L=N*Fluks/I1000

plot(H,ones(length(H))*L)
hold on
% racunam z magnetilno krivuljo
B=BB(H);
Fluks=B*A;
II=H*l/N;
L=N*Fluks./II
plot(H,L); xlabel('H / A/m'); ylabel('L / H')

% Z zracno rezo
lz=0.5e-3;
Bz1000=mir1000*mi0*1000;
Fluks=Bz1000*A
I1000=(1000*l+Bz1000/mi0*lz)/N;
L=N*Fluks/I1000
plot(H,ones(length(H))*L,'--')

% z rezo in upostevanjem magnetilne krivulje
% racunam z magnetilno krivuljo
B=BB(H);
Fluks=B*A;
II=H*l/N+B*lz/mi0/N;
L=N*Fluks./II
```

```
plot(H,L,'--'); xlabel('H / A/m'); ylabel('L / H')
```

```
H1=0:100:5000;
```

```
B1=BB(H1)
```

```
plot(H1,B1)
```

```
figure;
```

```
% INDUCIRANA NAPETOST
```

```
% Racunam inducirano napetost (BREZ UPOSTEVANJA ZRACNE REZE)
```

```
hold off
```

```
j=0; barva=['k','b','r','g','c','b']
```

```
for Imax=[0.05,0.1,0.2,0.5,1]
```

```
dt=0.001;
```

```
t=0:dt:0.5;
```

```
omega=50;
```

```
i=Imax*sin(omega*t);
```

```
Hmax=N*Imax/l;
```

```
B=BB(N*i/l);
```

```
Fluks=B*A;
```

```
%plot(t,i)
```

```
u=-N*[0 diff(Fluks)]/dt;
```

```
j=j+1;
```

```
plot(t,u,'Color',barva(j),'LineWidth',2)
```

```
xlabel('Cas / s'); ylabel('Napetost / V');
```

```
title(strcat('Imax = ',num2str(Imax), 'A', ' Hmax = ',num2str(Hmax),  
'A/m'))
```

```
hold on
```

```
k = waitforbuttonpress
```

```
end
```

```
function [B]= BB(H)
```

```
Hmax=10000;
```

```
s=abs(H)*(4*pi)/Hmax-pi;
```

```
B=(atan(s)-atan(-pi)).*sign(H)
```

```
function [B]= BB(H)
```

```
B=sqrt(2)*atan(H/750);
```