

SILA NA (TOKO)VODNIK V MAGNETNEM POLJU

Equation Chapter 1 Section 1

Vsebina poglavja: izraz za silo med dvema vzporednima tokovodnikoma, privlačna in odbojna sila, permeabilnost vakuumu, enota za električni tok, tokovni element, gostota magnetnega pretoka.

Andre-Marie Ampère je v Franciji takoj preveril ugotovitve Oersteda in jih tudi razdelal. Pravilno je predvidel, da če električni tok povzroča magnetno polje in s tem odklon magnetne igle, mora obstajati tudi sila med dvema vodnikoma s tokom. To je tudi dokazal in to silo tudi ovrednotil. Izkazalo se je, da je sila med dvema vzporednima vodnikoma sorazmerna produktu toka v obeh vodnikih in njune dolžine in nasprotno sorazmerna razdalji med vodnikoma. To bi matematično zapisali kot

$$F = k \cdot \frac{I_1 I_2 l}{r}. \quad (1.1)$$

Ampère je tudi ugotovil, da je sila privlačna, če toka tečeta v isto smer in odbojna, če toka tečeta v nasprotno smer.

SLIKA: Vzporedno ležeča vodnika s tokom v isto smer se privlačita, s tokom v nasprotno smer pa se odbijata.

Konstanta k je enaka $\frac{\mu_0}{2\pi}$, kjer je μ_0 permeabilnost vakuumu in ima vrednost $4\pi 10^{-7}$. Torej je enačba za silo med dvema ravnima vzporednima vodnikoma iz (1.1) enaka:

$$F = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi r}. \quad (1.2)$$

Permeabilnost vakuumu. Poglejmo, kakšno enoto mora imeti μ_0 , da bo ustrezalo enačbi

(1.1): $N = [\mu_0] \frac{A \cdot A \cdot m}{m}$ oziroma $[\mu_0] = \frac{N}{A^2}$. Kasneje bomo ugotovili, da lahko zapišemo z

osnovnimi ali izpeljanimi električnimi enotami (H je enota za induktivnost):

$$[\mu_0] = \frac{\text{N}}{\text{A}^2} = \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{A} \cdot \text{m}} = \frac{\text{H}}{\text{m}}.$$

Primer: Določimo velikost sile med dvema ravnima vzporednima (neskončno dolgima) vodnikoma s tokom 1 A na dolžini enega metra, ki sta med sabo razmaknjena za 1 m.

Izračun: Ta sila je enaka $F = \frac{4\pi 10^{-7} \text{ N/A}^2 \cdot 1\text{A} \cdot 1\text{A} \cdot 1\text{m}}{2\pi \cdot 1\text{m}} = 2 \cdot 10^{-7} \text{ N}$, kar je tudi osnova za enoto

amper [A], ki si jo je Ampère prislužil za svoja pomembna odkritja na področju raziskovanja električnih pojavov. To je tudi edina električna enota, ki jo potrebujemo za povezavo med elektriko in mehaniko.

Enota za električni tok. Amper je enota za električni tok, ki pri prehodu skozi dva neskončna ravna vodnika zanemarljivega prereza na razdalji med vodnikoma 1 m v vakuumu povzroči silo $2 \cdot 10^{-7} \text{ Nm}$.

Osnovne SI enote: Katere so torej osnovne enote po mednarodnem sistemu SI (Systeme International – SI po konvenciji iz leta 1875)? Meter (m), kilogram (kg), sekunda (s), Ampère (A), Kelvin (K), mol (mol) in kandela (cd). Izpeljane enote pa so na primer newton, joule, watt, coulomb, volt, ...)

Ampère je konstruiral več t.i. tokovnih tehtnic, s pomočjo katerih je ugotavljal sile med tokovodniki. Da bi povečal sile med vodniki je večkrat navil vodnike okoli iste osi in tako dobil prve primere tuljav....

Tokovni element. Enačba (1.1) za silo med vodnikoma velja le, če sta vodnika vzporedna. Za izračun sile na (toko)vodnik poljubne oblike, je Ampère vpeljal koncept tokovnega elementa $I \vec{dl}$. Tokovni element imenujemo produkt toka v vodniku z vektorjem majhne (diferencialne) razdalje v smeri vodnika.

SLIKA: Tokovni element je predstavljen kot (diferencialen) del dolžine vodnika pomnožen s tokom v vodniku: $I \cdot \vec{dl}$.

Silo na tokovni element $I_1 d\vec{l}_1$ lahko zapišemo kot

$$dF_{12} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_1 d\vec{l}_1 \cdot I_2 d\vec{l}_2 \cdot \sin \theta}{r_{12}^2},$$

kjer je \vec{r}_{12} vektor od tokovnega elementa 2 do tokovnega elementa 1 in θ kot med tem vektorjem in smerjo tokovnega elementa 2.

SLIKA: Dva tokovna elementa in sila med njima.

Magnetna sila na tokovni element izražena z gostoto magnetnega pretoka. Da bi določili celotno silo na tokovni element 1, moramo sešteti vse prispevke tokovnih elementov na tem mestu. Če to upoštevamo, lahko enačbo zapišemo tudi kot

$$dF_{12} = I_1 d\vec{l}_1 \cdot B,$$

kjer imenujemo B magnetno polje¹ oziroma bolj natančno **gostota magnetnega pretoka** na mestu tokovnega elementa $I_1 d\vec{l}_1$. Pomembna je tudi smer gostote pretoka. Sila na tokovni element je pravokotna tako na tokovni element, kot na magnetno polje. Sila je največja, ko je polje pravokotno na tok(ovni element). To lahko zapišemo z vektorskim produktom $d\vec{F}_{12} = I_1 d\vec{l}_1 \times \vec{B}$, ki jo v končni obliki lahko pišemo brez indeksov:

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B} \quad (1.3)$$

Poenostavljene enačbe:

Če na ravni vodnik deluje homogeno polje B , ki je pravokotno na vodnik, je sila nanj enaka

$$F = I l B, \quad (1.4)$$

kar je znana enačba iz srednje šole (BIL). Če pa med smerjo vodnika in poljem ni pravi kot, je potrebno upoštevati vektorski produkt vektorjev, od katerih en kaže v smeri toka na katerega računamo silo drugi smer gostote magnetnega pretoka (B). Torej bo velikost sile

¹ Pogosto za (vektor) gostote magnetnega pretoka uporabljamo bolj poljuden izraz magnetno polje ali kar kratko polje.

$F = IlB \sin(\theta)$, smer sile pa bo pravokotna na ravnino, ki jo določata smer toka v vodniku in polja, ki deluje na vodnik.

Gostota magnetnega pretoka je posledica delovanja električnega toka (tokov). Obstajajo pa tudi snovi, ki povzročajo v svoji okolici magnetno polje brez dodatnega tokovnega vzbujanja. To so trajni magneti, ki pa jih bomo podrobneje obravnavali kasneje.

Vektorski produkt vektorjev \vec{A} in \vec{B} je $\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B} = \vec{e}_n A \cdot B \cdot \sin(\theta)$, kjer je \vec{e}_n vektor, ki kaže pravokotno na ravnino, ki jo določata vektorja \vec{A} in \vec{B} . Pravilno smer vektorja C dobimo kot smer vrtenja tako, da zavrtimo prvi vektor (A) v najkrajši smeri proti drugemu vektorju (B).

SLIKA: Magnetna sila na tokovni element deluje v smeri, ki je pravokotna tako na tokovni element kot na vektor gostote pretoka. Theta je kót med $d\vec{l}$ in \vec{B} .

Definicija gostote magnetnega pretoka. Iz enačbe (1.4) tudi izhaja definicija za gostoto magnetnega pretoka, ki jo lahko zapišemo kot **silo na tokovni element**:

$$B = \frac{F}{Il}.$$

Poišči analogijo z definicijo električne poljske jakosti: sila na enoto naboja.

Podobno kot je bil pri elektrostatiki osnovni gradnik, ki je povzročal magnetno polje naboj Q oziroma diferencial naboja dQ , je v magnetostatiki osnovni gradnik, ki povzroča magnetno polje tokovni element $I d\vec{l}$.

Poglejmo si najprej nekaj primerov računanja sile po enačbi (1.3):

Primer: V ravnem bakrenem vodniku je tok 28 A. Kolikšna mora biti velikost in smer gostote magnetnega pretoka, da bo sila na vodnik dolžine 1 m enako velika a nasprotni smeri kot sila gravitacije? Žica ima linearno gostoto snovi 46,6 g/m.

Izračun:

$$IlB = mg$$

$$B = \frac{(m/l)g}{I} = 1,6 \cdot 10^{-2} \text{ T.}$$

Preveri še smer (tok v vodniku v tablo, smer Bja na desno)

ENOTA ZA B je Tesla (T), starejša enota je Gauss. Velja $1 \text{ T} = 10^4$ Gaussa ali iz enačbe (1.2).

EKSPERIMENT: Funkcijski generator priključimo na malo tuljavico, znotraj katere damo trajni magnet. Skupaj jih prilepimo z lepilnim trakom. Pri priključitvi izmeničnega signala tuljavica ustvarja izmenično magnetno polje, ki s silo deluje na trajni magnet (in obratno). Lepilni trak deluje kot opna: vibrira in povzroča zvok.

- tuljavica iz firme Iskra Feriti
- trajni magnet, prečno namagneten, firme RLS doo
- RAZNO: zvočnik deluje podobno, le da se giblje tuljavica v fiksnem magnetu, nariši

TIPIČNE VELIKOSTI POLJA. Red velikosti od 10^8 T do 10^{-14} T.

- V magnetno zaščiteni sobi 10^{-14} T
- V medgalaktičnem prostoru 10^{-10} T
- Na površini zemlje 10^{-4} T
- Na površini majhnega trajnega magneta 10^{-2} T
- V bližini velikega elektromagneta 1,5 T
- Na površini nevtronske zvezde 10^8 T

Običajno so torej v elektromagnetiki vrednosti B-ja od militesla do 1 tesla.

Pokazali smo že dva primera izračuna sile na ravne (toko)vodnike. Kolikšna pa je sila, če vodnik ni raven? Tedaj je potrebno vodnik razdeliti na manjše dele in določiti silo na vsak tak del.

Primer: Določimo silo na del vodnika v obliki polkroga s polmerom $R = 4$ cm in s tokom 6 A, ki je v homogenem polju velikosti 0,5 T. Polje je pravokotno na vodnik.

Izračun: Uporabimo izraz $d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$, kjer (diferencialni) del polkroga zapišemo kot $dl = R d\varphi$: $dF = IR d\varphi \cdot B$. Potrebno je seštevati le tisto komponento sile, ki je usmerjena v smeri osi Z, zato velja:

$$dF_z = F \sin \varphi \quad \text{in} \quad F_z = 2 \int_0^{\pi/2} IRB \sin \varphi d\varphi = 2IRB = \underline{\underline{240 \text{ mN}}}$$

SLIKA: Sila na vodnik v obliki polkroga v homogenem polju.

Primer: Kolikšna je sila na vodnik s tokom 6 A, ki je postavljen vzdolž X osi, na razdalji od $x = 0$ m do $x = 4$ m in nanj deluje nehomogeno magnetno polje $\vec{B} = (2 \text{ T/m} \cdot x, 2 \text{ T}, 0)$. x je v metrih.

Izračun: Ker je polje nehomogeno, je potrebno uporabiti integracijo diferenciala sile $d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$, kjer je

$$d\vec{F} = Idx \vec{e}_x \times \vec{B} = Idx(1, 0, 0) \times (2 \frac{\text{T}}{\text{m}} x, 2 \text{ T}, 0)$$

$$d\vec{F} = Idx \vec{e}_x \times \vec{B} = Idx 2 \frac{\text{T}}{\text{m}} (0, 0, 1)$$

$$\vec{F} = I 2 \frac{\text{T}}{\text{m}} (0, 0, 1) \int_0^{4 \text{ m}} dx = \underline{\underline{\vec{e}_z 48 \text{ N}}}$$

Dodatno: Kaj če je y komponenta polja enaka x komponenti?

SLIKA: Izračun sile na vodnik v nehomogenem polju.

POVZETEK:

1. Velikost magnetne sile med dvema ravnima vodnikoma je $F = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi r}$.
2. Sila je privlačna, če je smer toka v vzporednih ravnih vodnikih enaka.
3. Definicija enote 1 A: sila med dvema vzporednima vodnikoma v vakuumu s tokom 1 A, ki sta oddaljena za 1 m, je $2 \cdot 10^{-7}$ N/m.
4. Tokovni element $I d\vec{l}$ je definiran kot produkt toka v vodniku in diferenciala dolžine vodnika.
5. Sila na tokovni element je $d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$, kjer B imenujemo gostota magnetnega pretoka. Smer sile je pravokotna tako na vektor $d\vec{l}$ kot na vektor \vec{B} .
6. Podobno, kot lahko električno poljsko jakost definiramo kot (električno) silo na naboj ($E = F_e / Q$), lahko gostoto magnetnega pretoka definiramo kot (magnetno) silo na tokovni element $B = \frac{F_m}{Il}$.

1. Poiščite na spletu informacije o osnovnih SI enotah.

2. Poiščite informacije o tokovnih tehtnicah, ki omogočajo »tehtanje« magnetne sile. (ključne besede v ang.: current balance, history)

3. Galvanometer je osnovna merilna naprava, ki uporablja koncept sile na tokovodnik v magnetnem polju (slika desno). Poiščite več informacij na spletu.

**Primeri nalog:**

izpit, 16. aprila 2002

izpit, 28. junij 2006

kolokvij OE II 23.04 2002