Resonančni pojav

Vsebina poglavja: Resonančni pojav, zaporedna in vzporedna vezava RLC elementov (tokovna in napetostna resonanca), pogoj za resonanco, resonančna frekvenca, zgornja in spodanja bočna frekvenca, pasovna širina, razglašenost, kvaliteta, dušenje.

V vezjih s harmoničnimi signali je posebno zanimiv slučaj, ko na zunanjih sponkah vezja (pa tudi na določenih elementih vezja) pri določeni frekvenci dosežemo izrazito visoke napetosti ali toke. Tak pojav imenujemo resonanca. Za dve najbolj enostavni vezji z zaporedno ali vzporedno vezavo upora, tuljave in kondenzatorja lahko zapišemo izraz za npetost ali tok na zunanjih sponkah in ugotovimo, da bo vezje v resonanci tedaj, ko bo navzven (na zunanjih sponkah) pri določeni frekvenci čisto ohmskega značaja. Torej tedaj, ko bosta tok in napetost v fazi. Pogoj za resonanco zaporedne ali vzporedne vezave je

$$\boxed{\varphi = \varphi_u - \varphi_i = 0}. \qquad (20.1)$$

Ta pogoj lahko zapišemo tudi tako, da mora biti imaginarni del impedance (pa tudi admitance) enak nič, torej

$$\mathrm{Im}\{\underline{Z}\} = 0 \qquad (20.2)$$

$$\mathrm{Im}\{\underline{Y}\} = 0 \qquad (20.3)$$

Za izračun resonance vezja je primerna enačba (20.2) pa tudi (20.3), odvisno pač od tega, s katero obliko lažje pridemo do rezultata. Potrebno pa je poudariti, da je lahko pri vezjih, ki niso primer zaporedne ali vzporedne vezave upora, kondenzatorja in tuljave maksimum amplitude toka ali napetosti dosežen tudi pri različnih vrednostih kot izhajajo iz gornjih pogojev. In ne le to. Pri vezjih z več reaktivnih elementov (kondenzatorjev in tuljav) je lahko resonančnih frekvenc celo več.

Zaporedna (tokovna) resonanca

Vzemimo najprej primer zaporednega nihajnega kroga, ki ga sestavljajo zaporedna vezava kondenzatorja, upora in tuljave. Napetosti na posameznih elementih vezja so:

$$\underline{U}_R = \underline{I}R$$
$$\underline{U}_L = \underline{I}\,j\omega L$$
$$\underline{U}_C = \underline{I}\frac{1}{j\omega C}$$

Celotna napetost pa je:

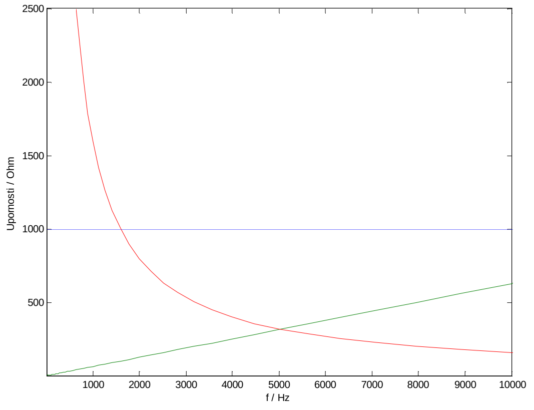
$$\underline{U} = \underline{I}\left(R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} \right) = \underline{I}\left(R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \right).$$

SLIKA: Levo: zaporedni nihajni krog sestavlja zaporedna vezava upora, kondenzatorja in tuljave. Desno: kompleksorji napetosti in toka pri resonančni frekvenci.

Kompleksor toka je $\underline{I} = \dfrac{\underline{U}}{R + j\left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C} \right)}$, absolutna vrednost pa $I = \dfrac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C} \right)^2}}$

Tok v vezje bo največji, ko bo imenovalec najmanjši, to pa bo tedaj, ko bo $\left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C} \right) = 0$, kar bo pri $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$. To je pogoj za resonanco vezja, frekvenco, pri kateri nastopi $f_0 = \dfrac{\omega_0}{2\pi} = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ pa imenujemo **resonančna frekvenca**. Pri tej frekvenci bo impedanca vezja čisto ohmska, tok v vezje pa bo največji, enak U/R. Napetosti na kondenzatorju in tuljavi sta fazno zamaknjeni za π, rečemo tudi, da sta v **protifazi**. Ko je trenutna moč na tuljavi v naraščanju, je na kondenzatorju v upadanju. Njuna vsota je v resonanci enaka nič.

Do resonančne frekvence lahko pridemo tudi na že omenjeni način: iz impedance ali admitance vezja. Impedanca vezja je $\underline{Z} = R + j\omega L - j\dfrac{1}{\omega C}$. Imaginarni del impedance je enak nič pri $\left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C} \right) = 0$.



SLIKA: Spreminjanje posamezne upornosti s frekvenco. Pri resonančni frekvenci sta reaktanci tuljave in kondenzatorja enaki. (Matlab> RLC2.m)

Lastnosti resonančnega vezja opisujemo z naslednjimi parametri.

Razglašenost vezja je določena z izrazom

$$\beta = \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}, \tag{20.4}$$

Kvaliteta vezja je določena s kvocientom moči na reaktivnem elementu in delovno močjo

$$Q = \frac{Q_{X_0}}{P} \tag{20.5}$$

kjer je $Q_{X_0} = \frac{1}{2} I^2 \omega_0 L = \frac{1}{2} I^2 \frac{1}{\omega_0 C}$ in $P = \frac{1}{2} I^2 R$, torej

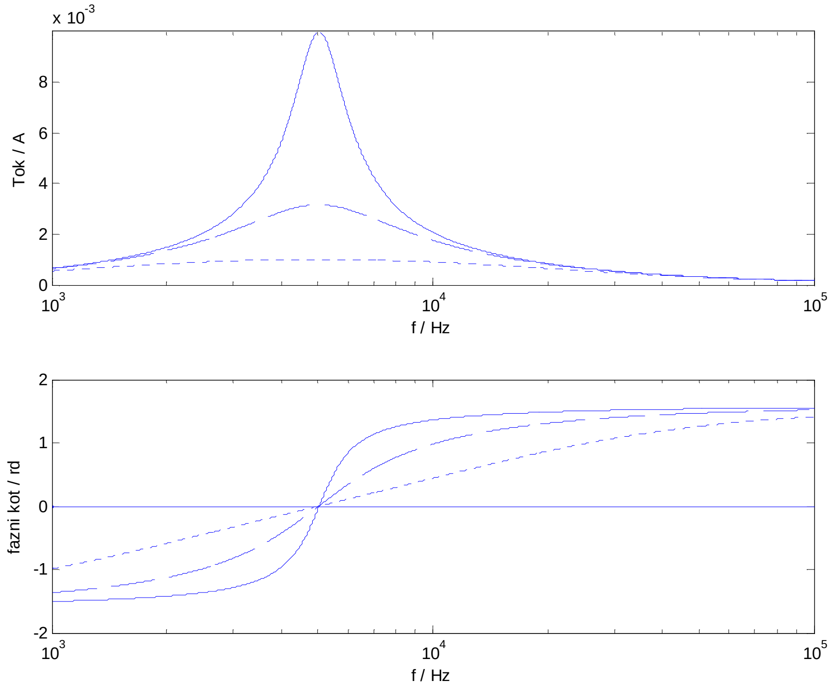
$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} \tag{20.6}$$

Poznamo tudi pojem **dušenje**, ki je recipročna vrednost kvalitete.

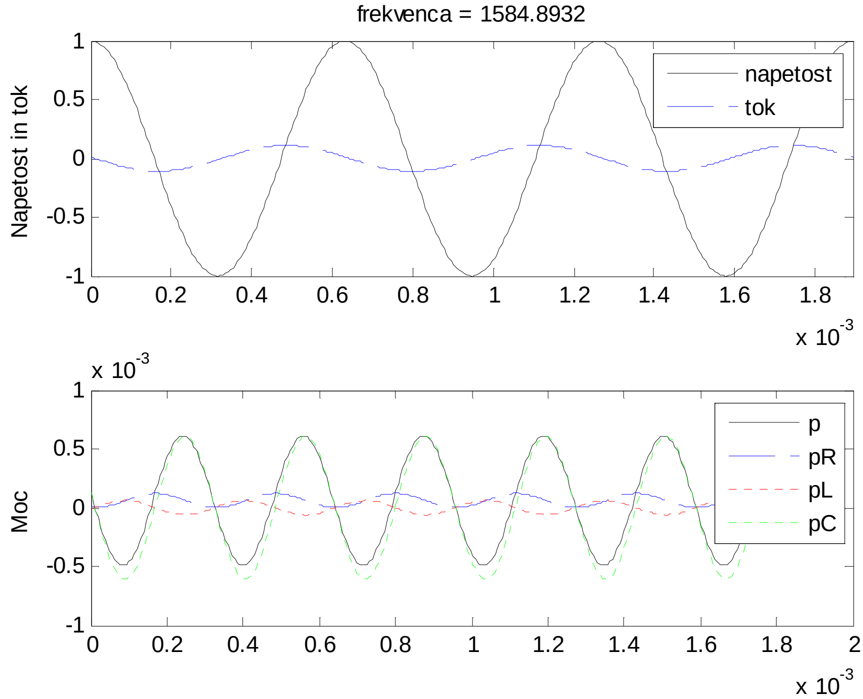
Bočni frekvenci f_2 in f_1 sta določeni pri vrednostih toka, ki je od maksimalne vrednosti manjši za $\sqrt{2}$. Razlika med zgornjo in spodnjo bočno frekvenco je **pasovna širina** vezja $B = \Delta f = f_2 - f_1$.

Iskaže se, da velja $Q = \frac{f_0}{B}$.

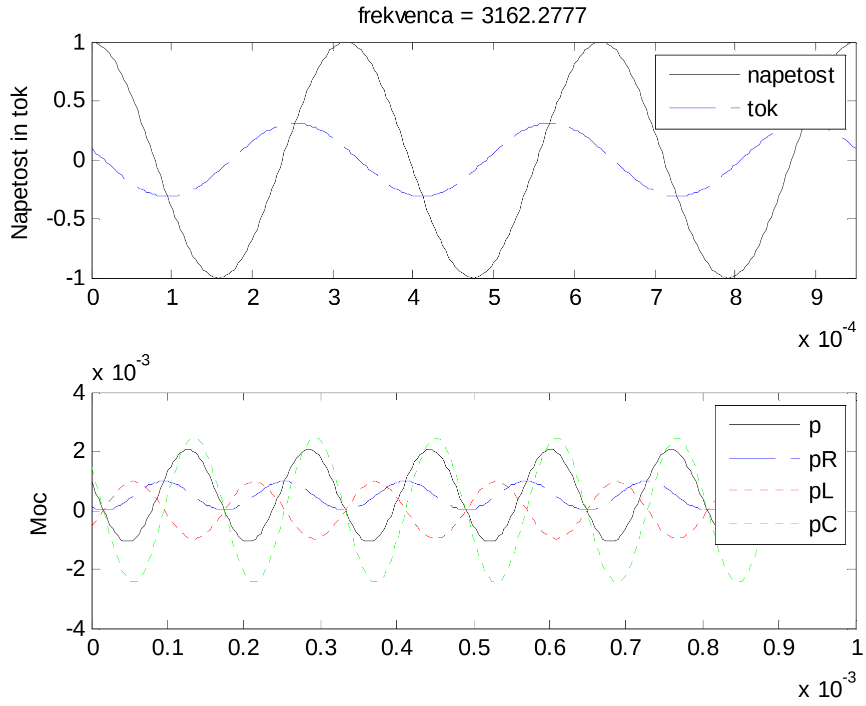
SLIKA: Prikaz spreminjanja toka s frekvenco, zgornja in spodnja bočna fekvenca, pasovna širina vezja.



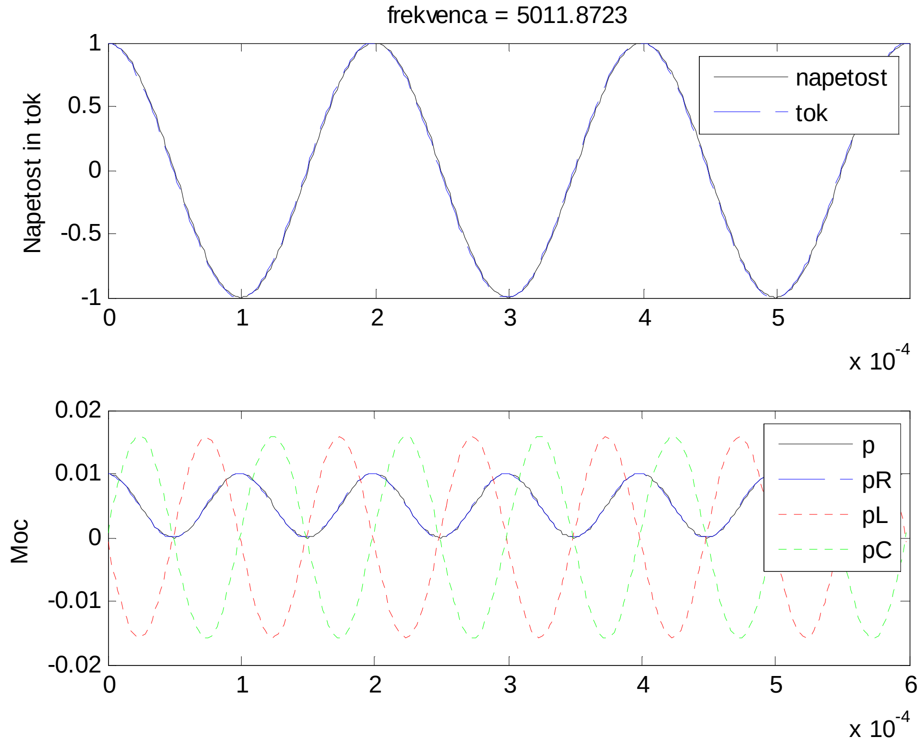
SLIKA: Primer zaporedne resonance pri vrednostih elementov L = 10 mH, C = 10 μF, R = 100 Ω (polna črta), 316 Ω (prekinjena črta) in 1000 Ω (pikčasta črta). Pri manjši upornosti je krivulja toka bolj ostra, kar določimo tudi s pasovno širino ali kvaliteto nihanjega kroga. Na spodnji sliki vidimo spreminjanje faznega kota, ki je pri resonančni frekvenci enak nič. Skala na abscisi je logaritemska. (Matlab>RLC2.m)



A



B



C

SLIKA: R = 10 Ω, L = 10 mH, C = 0,1 μF. A: prikaz časovnega signala napetosti in toka pri frekvenci manjši od resonančne. Pri nizkih frekvencah je reaktanca kondenzatorja velika in s tem tudi prispevek k jalovi moči. B: Pri nekoliko višji frekvenci (3162 Hz) se povečuje jalova moč tuljave, ker pa je v protifazi z močjo na kondenzatorju, je skupna jalova moč manjša. C:

V resonanci ($f_0 \approx 5\,\mathrm{kHz}$) sta napetost in tok v fazi, tok v vezje je največji, moči na tuljavi in uporu sta enako veliki in v protifazi. (Matlab>RLC3.m)

Vzporedna (napetostna) resonanca

Imamo vzporedno vezavo upora, kondenzatorja in tuljave. Admitanca tega vezja je

$$\underline{Y} = G + j\omega C + \frac{1}{j\omega L} \qquad (20.7)$$

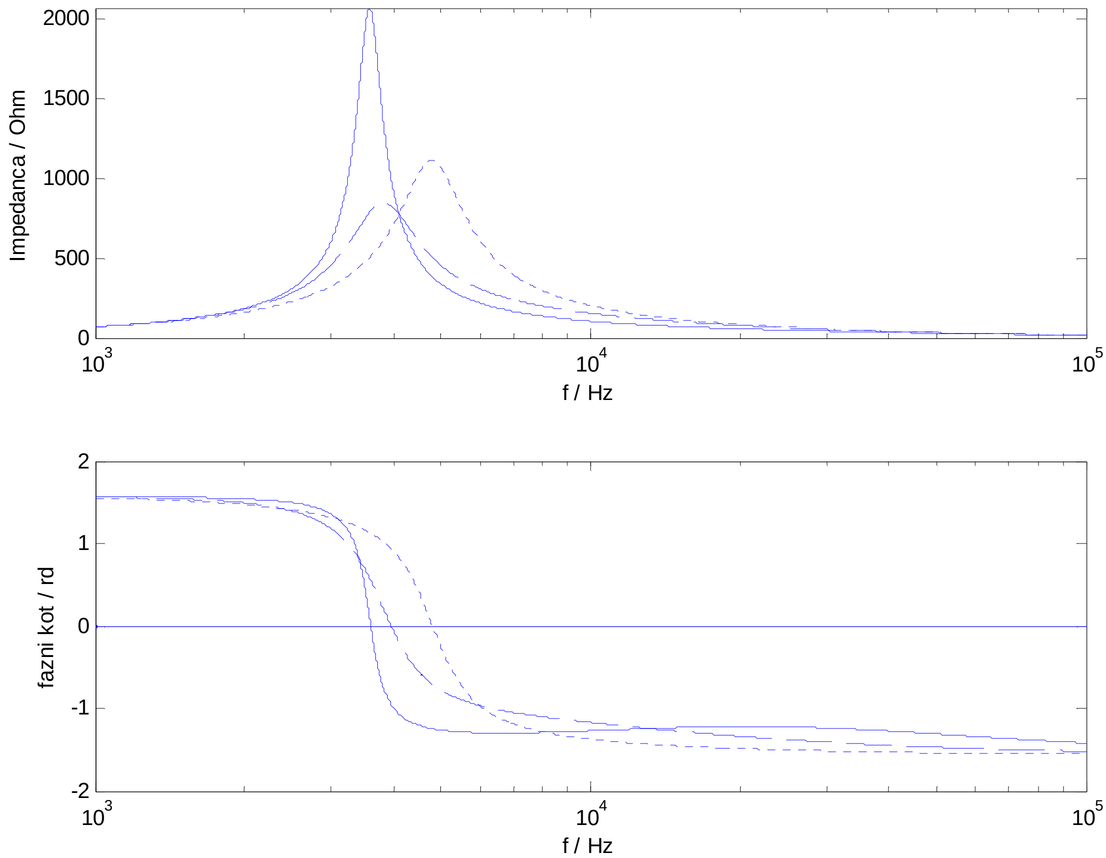
Vezje bo v resonance, ko bo imaginarni del admitance enak nič, to je, ko bo $\omega C - \frac{1}{\omega L} = 0$. Iz tega sledi, da bo resonančna frekvenca $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, enaka kot pri zaporedni resonanci. V čem je torej razlika? Razlika je v tem, da je sedaj pri resonančni frekvenci na zunanjih sponkah maksimalna napetost, pri zaporedni resonanci pa tok. Vzporedno resonanco zato tudi imenujemo napetostna, zaporedno pa tokovna resonanca.

Tudi pri vzporedni resonanci lahko govorimo o razglašenosti $\beta = \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}$, kvaliteti $Q = \frac{\omega_0 C}{G}$ in pasovni širini $B = \frac{f_0}{Q}$.

SLIKA: Napetostna resonanca pri vzporedni vezavi upora, kondenzatorja in tuljave.

Druga vezja. Vzemimo primer vezja vzporedno vezanih dveh impedanc: upora in kondenzatorja v eni veji in tuljave in kondenzatorja v drugi veji. Admitanca vezja bo $\underline{Y} = \frac{1}{R + \frac{1}{j\omega C} +} + \frac{1}{R + j\omega L}$. Z analizo lahko ugotovimo, da gre za primer napetostne impedance, ki pa nima maksimuma vedno pri faznem kotu enakem nič.

Za L = 10 mH in C = 0,1 μF nastopi resonanca pri pri R = 100 Ω (polna črta) pri frekvenci 3,6 kHz, fazni kot je tedaj enak 6^0. Rri R = 316 Ω (prekinjena črta) nastopi resonanca pri frekvenci 3,8 kHz, fazni kot je tedaj 11,8^0 in pri R = 1000 Ω (pikčasta črta) nastopi resonanca pri frekvenci 30 kHz, fazni kot je tedaj 1,7^0. Vidimo tudi, da se pri različnih vrednostih upornosti ne spreminja le amplituda impedance (napetosti) pač pa tudi resonančna frekvenca.



SLIKA: Primer resonance vezja pri faznem kotu, ki je različen od nič. (Matlab>RLC_druga.m)

Izpit 19. 1. 2006
Izpit, 28. avgust 2006