# 3. AMPEROV ZAKON

Equation Section 3

**Vsebina poglavja: Integral polja po zaključeni zanki je sorazmeren toku, ki ga zanka objame. Izračuni polja s pomočjo Amperovega zakona za: tokovno premico, solenoid, toroid, polje znotraj vodnika, tokovno oblogo.**

Amperov zakon zapišemo na sledeč način:

$$\boxed{\oint_L \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 I} \tag{3.1}$$

oziroma z besedami: integral gostote magnetnega pretoka po ZAKLJUČENI POTI (zanki) je sorazmeren toku, ki ga oklepa zanka. V skladu z zapisanim skalarnim produktom je potrebno integrirati le tisto komponento polja, ki je v smeri poti. Včasih ta zakon imenujemo tudi zakon vrtinčnosti polja, saj je vrednost takega integrala različna od nič le, če je polje vrtinčno. (Koliko je bil v elektrostatiki $\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l}$ ? Kaj to pomeni v primerjavi z Amperovim zakonom?)

**SLIKA: Zanka v magnetnem polju. Integral komponente magnetnega polja v smeri zanke je sorazmeren toku, ki ga zanka oklepa.**

Amperov zakon je en osnovnih zakonov elektromagnetike. V nekoliko preoblikovani (bolj splošni obliki) je znan tudi kot ena od štirih Maxwellovih enačb. Te v celoti popisujejo elektromagnetno polje.

**Primer:** Poglejmo, če zakon velja premi tokovodnik, ki ga obkrožimo z zanko v obliki krožnice. (SKICA) Polje po poti krožnice je konstantno in kaže v isti smeri kot $d\vec{l}$ , torej velja $\oint_L \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = B\int_0^{2\pi} \mathrm{d}l = B \cdot 2\pi R = \mu_0 I$ . Iz enačbe sledi $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi R}$.

Dobimo enak rezultat za polje v okolici tokovne premice kot z uporabo Biot-Savartovega zakona.

**SLIKA: Integracija polja po krožnici v sredini katere je premi tokovodnik.**

Kaj pa, če vzamemo drugačno obliko zanke? Dobimo zopet enak rezultat, saj če *B* ni v smeri *dl*-a, *B* vedno kaže v smeri kota (SKICA) in se manjša z razdaljo od premice, *dl* pa lahko razstavimo na komponento v smeri *B*ja (kota) in pravokotno. Dobimo

$$\vec{B}\cdot d\vec{l} = \vec{e}_\varphi B(r)\cdot dl\left(\vec{e}_\varphi \cos(\theta) + \vec{e}_r \sin(\theta)\right) =$$
$$= B(r)\cdot dl\cdot\cos(\theta) = B(r)\cdot r\cdot d\varphi$$

Z integracijo pridemo do enakega rezultata kot zgoraj. Kar pomeni, da je neodvisno od oblike zanke po kateri izvajamo integacijo rezultat integracije Bja v smeri zanke vedno enak: Oklenjen tok pomnožen s permeabilnostjo vakuuma.

**SLIKA: Integracija polja po krožnici znotraj katere je premi tokovodnik.**

**Primer :** Določite $\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$ za določene konfiguracije vodnikov in zank.

**SLIKA: Zanka in vodniki.**

Amperov zakon, kot smo ga zapisali, ne velja popolnoma splošno, saj obstajajo materiali (magneti), kjer nimamo vzbujalnih tokov, pa vendar je B različen od nič in je vrtinčen. Zakon, kot smo ga spoznali danes bomo v nadaljevanju nekoliko dopolnili, da bo veljala tudi za take primere.

Za analitičen izračun polja v poljubnih strukturah je uporaba Amperovega zakona pogosto neprimerna, saj iščemo neznano veličino znotraj integrala. Uporaba tega zakona za izračun polja je posebno primerna le tedaj, ko imamo neko simetrično porazdelitev toka: tipični primeri so:

- Zunanjost in notranjost ravnega vodnika
- Dolga ravna tuljava – solenoid
- Toriod pravokotnega preseka – eksaktno (auditorne vaje)
- Toroid okroglega preseka – približno
- Tokovna obloga

## Polje polnega vodnika.

Zamislimo si pot integracije po krožnici polmera $r$ znotraj vodnika polmera $R$ ($r < R$). Ker so vse točke na krožnici enako oddaljene od središča lahko predpostavimo, da je polje v vseh točkah na krožnici enako veliko in torej odvisno le od polmera krožnice: $\vec{B} = \vec{e}_\varphi B(r)$. Ker gre za integracijo po krožnici je $\mathrm{d}\vec{l} = \vec{e}_\varphi r \mathrm{d}\varphi$. Skalarni produkt teh dveh vektorjev je $\vec{B} \cdot d\vec{l} = \vec{e}_\varphi B(r) \cdot \vec{e}_\varphi r \mathrm{d}\varphi = B(r) r \mathrm{d}\varphi$, integracija pa dá $\oint_L \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_0^{2\pi} B(r) r \mathrm{d}\varphi = B(r) 2\pi r$.

Desna stran enačbe je enaka permeabilnosti pomnoženi z objetim tokom $\mu_0 I_{\text{objeti}} = \mu_0 J A(r) = \frac{\mu_0 I}{\pi R^2} \pi r^2$.

**SLIKA: Polni vodnik: skica za izračun polja, b) potek polja znotraj in zunaj zanke.**

Združimo levo in desno stran enačbe $B 2\pi r = \frac{\mu_0 I}{\pi R^2} \pi r^2$ in dobimo $\boxed{\vec{B} = \vec{e}_\varphi \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} r}$.

Polje narašča linearno z oddaljevanjem od središča vodnika. Izven vodnika upada kot $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$. Pomembna razlika med elektrostatičnim poljem in magnetostatičnim poljem je ta, da pri elektrostatiki električnega polja znotraj prevodnika ni, magnetno polje v tokovodniku pa je.

## Polje dolge tuljave - solenoida.

Za del razsežnega (neskončnega) solenoida predpostavimo, da je polje znotraj homogeno in vzporedno z dolžino tuljave, v zunanjosti pa ga ni. Zamislimo si pravokotno zanko, ki seka del ovojev na dolžini *l*. Če zapišemo Amperov zakon in ga razčlenimo po štirih odsekih zanke, ugotovimo, da je vrednost integrala različna od nič le na odseku, kjer je polje vzporedno s smerjozanke. Ostali prispevki so enaki nič, saj je v zunanjosti tuljave polje enako nič, na dveh delih poti pa je polje pravokotno na smer integracije. Na dolžini *l* z zanko zaobjamemo *N* zank in torej *NI* toka.. Dobimo:

$Bl + 0 + 0 + 0 = \mu_0 NI$ .

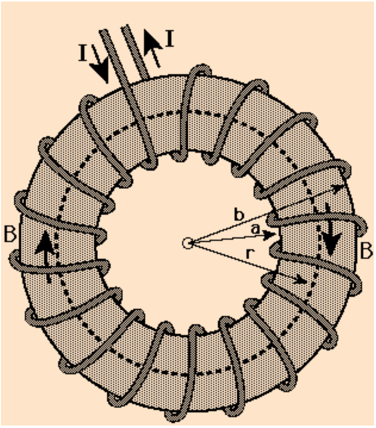
Rezultat za polje solenoida je $\boxed{B = \frac{\mu_0 NI}{l}}$. Ta rezultat je skladen s tistim, ki smo ga dobili z uporabo B-S zakona in poenostavili za primer dolge tuljave.

**SLIKA: Solenoid: zanka in oznake.**

## Polje toroida.

Toroid je tuljava, ki je vase zavita. Zamislimo si zanko po sredini toroida po krožnici polmera *r*. Z enakim razmislekom kot pri solenoidu lahko zapišemo $B2\pi r = \mu_0 NI$ in

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}}$$



**SLIKA: Toroid.**

## Polje tokovne obloge.

Določimo gostoto magnetnega pretoka tokovne obloge. Tokovna obloga je tok vzdolž tankega vodnika velike površine na enoto prečne dolžine: $K = \frac{I}{l}$. Enota je A/m.

**SLIKA: Razlaga tokovne obloge.**

Polje je usmerjeno vzporedno z ravnino vendar prečno na smer toka, kar lahko ugotovimo, če tokovno oblogo razdelimo na vrsto tokovnih premic. Poleg tega se smer polja zamenja na drugi strani tokovne obloge.

Zamislimo si pravokotno zanko, ki seka tokovno oblogo na dolžini *l*. Rezultat integracije polja je različen od nič le na odsekih, ki so vzporedni z ravnino.

Zapišemo: $B \cdot l + 0 + B \cdot l + 0 = \mu_0 K \cdot l$. Rezultat je $\boxed{B = \frac{\mu_0 K}{2}}$. (3.4)

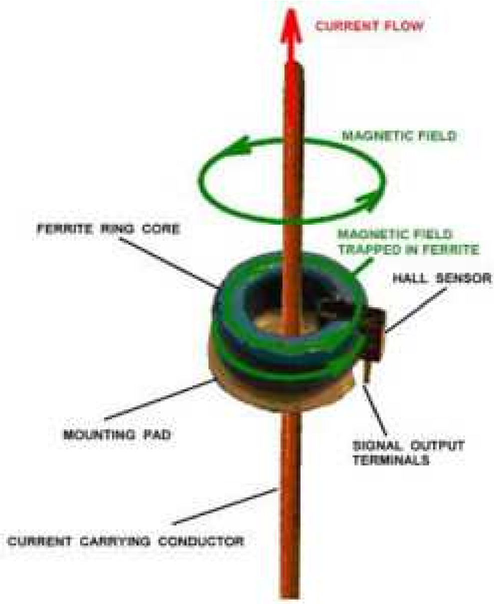
Smer polje je prečna na smer toka, določimo jo tako, kot da bi imeli opravka s tokovno premico nad točko. Če prevodna površina leži na XY ravnini (*z*=0) in je tok (tokovna obloga) v smeri osi Y, bo za

$$z > 0: \ \vec{B} = -\vec{e}_x \frac{\mu_0 K}{2}$$

$$z < 0: \vec{B} = +\vec{e}_x \frac{\mu_0 K}{2}$$

**SLIKA: Polje v okolici tokovne obloge je konstantno.**

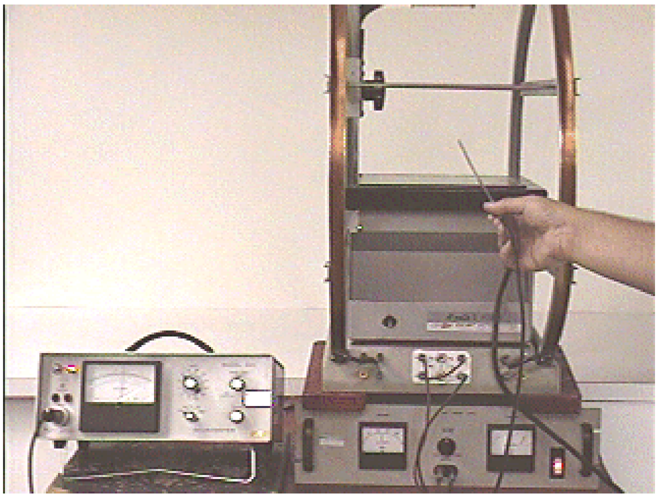
**APLIKACIJA: TOKOVNE KLEŠČE**

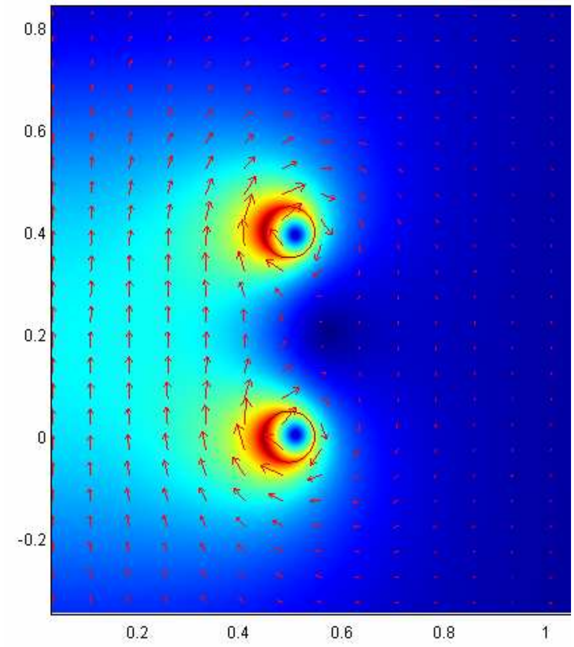



**SLIKA: Inštrumenti za merjenje toka uporabljajo princip Ameprovega zakona za merjenje toka s pomočjo merjenja magnetnega polja. Levo: Nekoliko bolj »napreden" inštrument s tokovnimi kleščami uporablja za merjenje Hallov element (Fluke 345) . Desno: Hallov element integriran v feritni obroček za merjenje toka. (**http://www.ayainstruments.com/applications3.html, http://www.kew-ltd.co.jp/en/support/mame_02.html, http://en.wikipedia.org/wiki/Hall_effect )

**POVZETEK:**

1) Integral gostote magnetnega pretoka v smeri poljubno izbrane zaključene poti (zanke) je sorazmeren toku, ki ga zanka oklepa ali z enačbo: $\oint_L \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 I$. Ta zapis imenujemo Amperov zakon.
2) Predznak zaobjetega toka je odvisen od smeri integracije v zanki in smeri toka v vodniku, ki ga zanka obkroža. Predznak je pozitiven, če predpostavimo, da smer zanke predstavlja smer toka v zanki in je polje te zanke na mestu vodnika s tokom enaka kot smer toka v vodniku. (SKICA)
3) S pomočjo Amperovega zakona smo določili približne izraze za polje v sredini solenoida in toroida. Rezultat je $B = \dfrac{\mu_0 NI}{l}$, kjer je $l$ dolžina tuljave, oziroma dolžina srednje poti v toroidu.
4) S pomočjo Amperovega zakona smo zapisali polje tokovne obloge, kjer tok opišemo s površinsko gostoto toka $K$ [A/m]. Dobimo $B = \dfrac{\mu_0 K}{2}$. Polje je prečno na smer toka, smer določimo enako kot smer Bja okoli vodnika.
5) V elektrostatiki smo imeli $\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$ in smo rekli, da je tako <u>polje potencialno</u>. Posledica tega namreč je, da lahko $E$ zapišemo kot gradient potenciala. Kot vidimo, je magnetno polje drugačno, lahko rečemo daje <u>polje rotacijsko ali vrtinčno</u>.
6) Kasneje bomo obravnavali še razširjeno obliko Amperovega zakona, ki predstavlja eno od Maxwellovih enačb. Za osnovo ima zapisano obliko, ki pa je spremenjena v toliko, da upošteva tudi toke zaradi magnetizacije snovi ter toke časovno spreminjajočega se električnega polja.






**SLIKA: Na desni je primer prikaza polja v okolici dveh zank (Helmholtzov par), kjer je prikazano le polje za polovico zanke. Celotno polje bi dobili z rotacijo okoli leve stranice. Opazimo lahko precejšnjo homogenost polja v osi tuljav. Na levi je primer merjenja polja v sredini Helmholtzovega para.**

**Andre Marie Ampere na spletu: http://chem.ch.huji.ac.il/history/ampere.htm**

**Primeri izpitnih in kolokvijskih nalog:**

**1. kolokvij , 17.4.2002**
**1. kolokvij, 3. maj 2004**
**izpit, 20. junij 2001**
**Prvi kolokvij OE II 23.04 2002**