

1. Naboj in tok

Vsebina poglavja: naboj, osnovne veličine, merske enote, atomi, snov, naboj, zakon o ohranitvi naboja, tok.

Osnovne veličine. Veličine (fiziki uporabljajo namesto izraza veličina izraz količina), ki jih bomo obravnavali, večinoma že poznate. Npr. električni naboj (v elektrotehniki pogosto imenujemo tudi elektrina), tok, napetost, moč, energija, itd. Iz srednje šole poznate tudi določene relacije med njimi, na primer povezavo med tokom in nabojem $Q = It$, med napetostjo in tokom $U = IR$ ipd. Ugotovili bomo, da so te zveze le pogojno ustrezne, npr. $Q = It$ le v primeru, ko je tok konstanten in $U = IR$ le za določene tipe elementov (linearnih uporov). Poleg tega tudi definicije določenih veličin niso najbolj preproste. Na primer definicija električne napetosti, ki je definirana kot delo, ki ga opravi električna sila pri premiku enote naboja (1 C) od enega do drugega mesta. Tok pa je definiran s silo med dvema vzporednima tankima vodnikoma razmknjenima za 1 m.

Merske enote in pisanje enačb.

Za vsako veličino uporabljamo določen simbol, običajno eno črko abecede, pogosto grške. Simbol za napetost je U , za tok I , temperaturo T itd. Opazili ste že, da pišemo simbole za veličine poševno. To pa zato, da jih ločimo od merskih enot, kratko kar enot, ki jih pišemo pokončno. Kot primer zapišimo $U = 5 \text{ V}$. Med številsko vrednostjo in enoto je presledek. Mersko enoto predstavimo z imenom in simbolom. Ime enote za napetost je volt, simbol pa V.

V svetu se je uveljavil sistem merskih enot, ki ga s kratico imenujemo SI (Sisteme International). Obsega sedem osnovnih enot in vrsto izpeljanih. Osnovne enote so kilogram (kg), meter (m), sekunda (s), amper (A), kelvin (K), kandela (cd), mol (mol), radian (rad) in steradian (sr). Izpeljane enote pa so na primer m/s za hitrost itd. Zanimivo je, da je električni tok edina električna veličina, ki spada med osnovne enote (kilogram, meter, sekunda, Amper). Bolj natančne definicije osnovnih enot si preberite v Uradnem listu RS št.26/2001 (<http://www.uradni-list.si/1/objava.jsp?urlid=200126&stevilka=1594>), ali pa v množici drugih spletnih strani, npr. <http://www-fl.ijs.si/~ziherl/standardi.pdf>.

Druge merske enote. Pogosto v literaturi zasledimo uporabo drugih merskih enot, kot smo jih navajeni. Te so lahko posledica uporabe drugega merskega sistema (npr. CGS: centimeter-gram-sekunda), kjer se na primer namesto enote tesla za gostoto magnetnega polja uporablja enota gauss. V konkretnem primeru je pretvorba direktna $1 \text{ T} = 10^4 \text{ gaussa}$.

Označevanje: V elektrotehniki pogosto uporabljamo predpone k merskim enotam. To je potrebno zato, ker je red velikosti veličin zelo različen. Kapacitivnosti so pogosto reda mikro, nano ali piko faradov (μF , nF , pF), uporabljajo se napetosti se od mikro voltov do mega voltov itd. Zveze nam prikazuje preglednica:

vrednost	ime	predpona
10^{-12}	piko	p
10^{-9}	nano	n
10^{-6}	mikro	μ
10^{-3}	mili	m

10^3	kilo	k
10^6	mega	M
10^9	giga	G
10^{12}	tera	T



Joseph John Thomson, profesor fizike na univerzi Cambridge, je leta 1897 v eksperimentih s katodno cevjo opazil delce (elektrone), ki so bili negativni in 2000 krat lažji od atoma vodika.

Atomi. Zavedati se moramo, da so električni pojavi posledica lastnost naše narave, ki je sestavljena iz atomov, ti pa iz jedra iz protonov, nevtronov in oblaka elektronov. Elektroni in protoni imajo lastnost, ki ji rečemo naboj. Elektroni imajo negativni naboj, protoni pa pozitivnega. To je seveda naš (človeški) koncept, ki ga je prvi vpeljal Benjamin Franklin, ki je ene naboje poimenoval pozitivne, druge pa negativne. Čisto lahko bi se lahko Franklin odločil tudi za obratno pojmovanje.

Prevodniki, polprevodniki, izolatorji. Dokler ima atom enako število pozitivnih in negativnih nabojev je nevtralen. Atomi so običajno vezani med seboj in tvorijo zelo različne tvorbe. V kovinah so atomi, ki običajno tvorijo vezi, pri katerih je del elektronov zelo šibko vezan na jedro in se z lahkoto od jedra odcepi in se »prosto« giblje po materialu. Zato za kovine smatramo, da so dobri prevodniki. Nasprotni primer so izolatorji.



Intelova 65 nm tehnologija SRAM spominskih celic. Na mm^2 je nekaj 10 milijonov takih tranzistorjev.

Pri izolatorjih ni prostih ali pa je zelo malo prostih elektronov, ki lahko delujejo kot nosilci toka. Zato so izolatorji slabi prevodniki električnega toka. Poseben primer predstavljajo polprevodniki. Že ime samo pove, da so njihove lastnosti nekaj vmes med prevodniki in izolatorji. Čisti polprevodniki so običajno izolatorji (npr. silicij ali germanij). Če pa jim vstavimo primesi (npr. z mikrotehnološkim procesom dopiranja), postanejo te snovi bolj prevodne. Prevodnost teh snovi torej lahko spreminjamo, še posebno pa je zanimivo, da je I-U karakteristika ustrezno dopiranih polprevodniških elementov pogosto nelinearna. Na tak način realiziramo polprevodniške elemente, ki jih poznamo kot diode, tranzistorje. Te lahko integriramo v mikroelektronske komponente (integrirana vezja)*. Poseben primer so še superprevodniki, snovi, ki pri določeni temperaturi izgubijo uporabne lastnosti.



Benjamin Franklin (1706-1790) je bil izjemen politik (pisec ameriške ustave) pa tudi izjemen znanstvenik. Prvi je ločil naboje na pozitivne in negativne, izumil izraze baterija, naboj, prevodnik, pozitivni in negativni naboj itd. Najbolj znan (in tudi nevaren) je njegov dokaz, da je strela električen pojav. To je pokazal z eksperimentom z zmajem, ki se ob dežju namoči in postane prevoden. Ob strelah se del toka razelektritve prenese preko zmaja na zemljo. Iz teh raziskav sledi tudi njegov izum strelovoda.

Naboj (elektrina)

Vsi naboji prispevajo k električnim pojavom. V tem smislu bi morali v principu upoštevati pri analizi vse naboje v atomu, molekuli, snovi, tako elektrone kot

* Gordon E. Moore, soustanovitelj podjetja Intel, je že leta 1965 zapisal znamenito ugotovitev, da se gostota tranzistorjev na integriranem vezju večja eksponentno s časom – vsaki dve leti se približno podvoji. V podjetju Intel so leta 2007 prikazali zmožnost proizvajati tranzistorje velikosti 45 nm na 300 mm veliki silicijevi rezini. (http://en.wikipedia.org/wiki/Moore's_law).

protone. V praksi pa je pogosto dovolj, da se osredotočimo le na vplive presežkov nabojev, saj je njihov vpliv na električne pojave največji. Omenili smo že enoto naboja 1 C (Coulomb ali slovensko kulon). Najmanjša vrednost naboja je naboj elektrona, ki je približno $1,602 \cdot 10^{-19}$ C in ker je ta naboj negativen, moramo upoštevati še negativen predznak. 1 C je torej mnogo elektronov. Koliko? $1/1,602 \cdot 10^{-19} \cong 6,25 \cdot 10^{18}$. To pa je veliko delcev in da bi obravnavali vsakega posebej je praktično neizvedljivo. Bolj pogosto obravnavamo naboje v smislu njihove koncentracije oziroma gostote porazdelitve.

Zakon o ohranitvi naboja

Kako pa nastaja naboj? Ugotovitve kažejo, da naboj ne more iz nič nastati, niti se ga ne da izničiti. To dejstvo opišemo kot zakon o ohranitvi naboja, ki je fundamentalen zakon. Pravi, da je v izoliranem sistemu vsota vseh nabojev konstantna.

$$\sum_i q_i \Big|_{\substack{\text{znotraj} \\ \text{izoliranega} \\ \text{sistema}}} = \text{konst}$$

SLIKA: Sistem izoliranih nabojev

Če je konstanta (vsota nabojev) pozitivna, govorimo o presežku pozitivnih nabojev, če je negativna o presežku negativnih nabojev, če pa je enaka nič je sistem nevtralen (ima enako število pozitivnih in negativnih nabojev). Pri vseh prej omenjenih primerih razelektritve in naelektritve gre torej za prerazporejanje naboja, ne more pa naboj nastati »iz nič« niti ne more »izginiti«. V tem smislu lahko rečemo, da je neuničljiv. Fizikalno – matematično rečemo, da je relativistična invariantska, je količina, ki se ne spremeni tudi če se sistem giblje s hitrostjo blizu svetlobne. (To pa ne drži za maso, ki se ob velikih hitrostih spreminja v skladu z znano povezavo med maso in energijo delcev (Einstein). Torej za maso ne moremo trditi, da velja zakon o ohranitvi mase. Ta velja le, če so hitrosti sistema majhne v primerjavi s svetlobno hitrostjo. Kar pa zelo pogosto drži.)

Primer: Vzemimo izoliran sistem v katerem imamo tri telesa. Dve nevtralni, na enem pa je presežek pozitivnega naboja 10 mC. Ob stiku teh treh teles se prenese 5 mC na eno, 2 mC pa na drugo telo. Koliko naboja je ostalo na prvotno naelektrenem telesu?

V skladu z zakonom o ohranitvi naboja mora veljati

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 10 \text{ mC},$$

tako pred stikom teles kot po stiku. Po stiku teles je $Q_2 = 5 \text{ mC}$, $Q_3 = 2 \text{ mC}$ iz česar sledi

$$Q_1 = 10 \text{ mC} - (Q_2 + Q_3) = 3 \text{ mC}.$$

V neposredni povezavi z zakonom o ohranitvi naboja je tudi kontinuitetna enačba, ki opisuje povezavo med električnim tokom in nabojem.

Električni tok (kontinuitetna enačba)

Nosilci električnega toka so naboji, rečemo jim lahko tudi elektrine. Če ti mirujejo, električnega toka ni. Tako kot ni vodnega toka, če je jez zajezen. Če pa jez odpremo, da lahko voda steče po strugi ali po cevi na lopatice turbine, pa seveda govorimo o vodnem toku. Tako je tudi pri elektriki. Če nabojem omogočimo, da se »pretakajo« iz enega mesta na drugo, lahko govorimo o električnem toku. Če je časovna sprememba prenesenega naboja večja, pomeni, da je v tem času tekel večji tok. Matematično to na simbolni način lahko zapišemo v smislu pretečenega naboja skozi določen presek v določenem času $\text{TOK} = \frac{\text{pretečen naboj}}{\text{čas pretakanja}}$ ali

kot spremembo količine naboja v določenem objektu v določenem časovnem intervalu $\text{TOK} = \frac{\text{sprememba naboja}}{\text{sprememba časa}}$. Matematično to zapišemo v obliki $i = \frac{Q(t + \Delta t) - Q(t)}{(t + \Delta t) - t} = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$, kjer ΔQ predstavlja spremembo množine naboja v časovnem intervalu Δt .

Če se sprememba naboja odvija zelo hitro, je potrebno časovne intervale Δt vzeti zelo male, v idealnem primeru tako majhne, da gre $\Delta t \rightarrow 0$. V tem primeru dobimo bolj splošno definicijo toka v obliki $i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t}$, kar pa v matematiki predstavlja definicijo odvoda. Električni tok lahko torej definiramo kot odvod naboja po času, kar zapišemo kot

$$i = \frac{dQ}{dt}$$

SLIKA: Električni tok je enak hitrosti spreminjanja množine naboja na telesu (objektu).

Primer: Naboj na objektu se linearno manjša s časom. Ob času $t = 1$ s je $Q = 20 \mu\text{C}$, ob času $t = 5$ s pa $10 \mu\text{C}$. Določimo tok (ki teče) iz objekta v tem času.

Izračun: $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{10 \mu\text{C} - 20 \mu\text{C}}{5 \text{ s} - 1 \text{ s}} = -2,5 \mu\text{C/s} = \underline{\underline{-2,5 \mu\text{A}}}$.

Predznak toka

Po dogovoru je smer toka v smeri premikanja (pretakanja) pozitivnega naboja. Npr. tok 2 A iz leve v desno predstavlja pretakanje 2 C naboja na sekundo iz leve v desno.

Če nas zanima kopičenje naboja na določenem telesu, usmerimo tok v smer pritekanja naboja in velja zveza

$$i_{\text{v smeri pritekanja}} = + \frac{dQ}{dt}$$

Če pa je smer toka stran od opazovanega naboja, je potrebno uporabiti negativni predznak (v smeri odtekanja pozitivnega naboja):

$$i_{\text{v smeri odtekanja}} = -\frac{dQ}{dt}$$

SLIKA: Razlaga predznaka pri zvezi med nabojem in tokom.

Primer: Naboj na pozitivni sponki akumulatorja je konstanten – se ne spreminja s časom. Kolikšen je električni tok, ki izhaja iz sponke? Matematično lahko zapišemo, da je naboj na pozitivni sponki enak $Q(t) = Q_0$. Iz osnov matematike vemo, da je odvod konstante enak nič, torej bo ta tok seveda enak nič. Kaj pa, če recimo na akumulator priključimo žarnico in se naboj na pozitivni sponki akumulatorja manjša linearno, npr. v 10 sekundah za 12 C?

Matematično to zapišemo kot $Q(t) = Q_0 - \frac{12C}{10\text{ s}}t$. V tem primeru je skozi žarnico (stran od

pozitivne sponke) električni tok $i = -\frac{dQ}{dt} = -\left(-\frac{12C}{10\text{ s}}\right) = \underline{\underline{1,2C/s}}$. Ker vemo, da je enota za tok

A(mper), je rezultat torej 1,2 A. Ponovno vidimo, da velja 1 C = 1 A.s.

Vprašanje: Kaj pomeni pozitivni predznak toka?

Odgovor: To, da s pozitivne sponke odteka pozitivni naboj s »hitrostjo« 1,2 C/s, oziroma boljše - s tokom 1,2 A.

Vprašanje: Kakšen pa je v resnici način gibanja nabojev v prevodnikih?

Odgovor: Kot smo že ugotovili, v prevodniku prevajajo elektroni, kar pomeni, da gre v resnici za prenos elektronov preko žarnice v smeri pozitivne sponke, kjer smo imeli prej višek pozitivnih nabojev oziroma pomanjkanje elektronov.

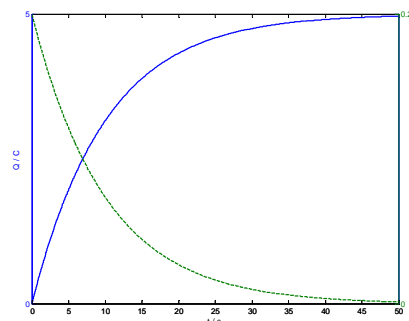
Vprašanje: Ali steče tok skozi žarnico šele tedaj, ko do nje pridejo elektroni iz akumulatorja?

Odgovor: poiščite ga sami ...

Primer: Naboj na pozitivni elektrodi kondenzatorja se spreminja eksponentno po enačbi

$Q(t) = 5\left(1 - e^{-\frac{t}{10\text{ s}}}\right)$ mC. Določimo tok naelektritve, če

smer toka označimo v smeri pozitivne elektrode.



SLIKA: Elektrenje (polnjenje) kondenzatorja. Naboj (modra polna črta) eksponentno narašča proti vrednosti 5 mC. Tok (zelena črta) je v začetku največji in se s časom manjša proti nič.

Izračun: Glede na označitev moramo uporabiti enačbo

$$i = i_{\text{v smeri elektrode}} = \frac{dQ}{dt} = \frac{d}{dt} \left(5 \left(1 - e^{-\frac{t}{10\text{s}}} \right) \text{mC} \right) = -5e^{-\frac{t}{10\text{s}}} \text{mC} \cdot \left(-\frac{1}{10\text{s}} \right) = 0,5e^{-\frac{t}{10\text{s}}} \text{mA}.$$

Pozitivni rezultat pomeni, da teče v smeri pozitivne elektrode pozitiven naboj.

Kontinuitetna enačba

Enačbo $i(t) = -\frac{dQ}{dt}$ imenujemo tudi kontinuitetna enačba, saj v smislu zakona o ohranitvi naboja pove, da v kolikor iz električno zaključene sistema izhajajo naboji, je to posledica električnega toka.

Naboj kot integral toka

Kaj pa obratno? Če poznamo tok, koliko naboja se »pretaka«? Gornjo enačbo je potrebno »predelati«, kar naredimo tako, da na obeh straneh kontinuitetne enačbe množimo z dt in dobimo $idt = dQ$. Sedaj le še integriramo obe strani in dobimo

$$Q(t) = \int idt + \text{konst}$$

Z besedami: naboj je integral toka po času..

Konstanta je odvisna od naboja, ki je bil na telesu pred vklopom toka. Lahko bi integral zapisali tudi kot določen integral z integracijo po času od nekega časa t_0 do časa t :

$$\int_{Q(t_0)}^{Q(t)} dQ = \int_{t_0}^t idt \text{ kar dá}$$

$$Q(t) = Q(t_0) + \int_{t_0}^t idt.$$

Predznak pred integralom je pozitiven v primeru, ko je tok usmerjen v smer »kopičenja« naboja $Q(t)$.

Primer: Ob času $t = 0$ s priklopimo akumulator na elektren s 500 C na breme. Iz pozitivne sponke akumulatorja je v vezje konstanten tok 0,2 A. Koliko naboja je na pozitivni sponki akumulatorja ob času $t = 10$ minut?

Izračun: $Q(t = 10 \text{ min}) = \int_{t_0}^t (0,2 \text{ A}) dt = 0,2 \text{ A} \cdot (t - t_0) = 0,2 \text{ A} \cdot 10 \text{ min} = 0,2 \text{ A} \cdot 10 \cdot 60 \text{ s} = \underline{\underline{120 \text{ A} \cdot \text{s}}}$

V času 10 minut je skozi presek žice prešlo 120 As oziroma 120 C naboja. Na pozitivni sponki ga je torej ostalo še 380 C.

Konstanten tok

Ob konstantnem toku velja linearna zveza med nabojem in tokom

$$Q = \int_0^t Idt = I \int_0^t dt = It.$$

To zvezo poznamo že iz srednješolske fizike: naboj je produkt toka in časa. Ugotovili smo že omejeno veljavnost zapisa $Q = It$, saj velja le za konstatne toke.

Za doma:

1. Odgovorite na vprašanja za obnovo.
2. Preberite si o osnovnih merskih enotah.
3. Obnovite znanja o odvodih in integralih. Priskrbite si list z osnovnimi odvodi in integrali.
4. Rešite Test1 na strani <http://lbm.fe.uni-lj.si/oe/OE1/quiz/TEST1.htm>

**Za raziskovalce:**

1. *Poiščite informacije o najboljših prevodnikih in dobrih izolatorjih.*
2. *Poiščite in zapišite si nekaj tipičnih prehodnih pojavov.*
3. *Benjamin Franklin je znameniti Američan. Poiščite več informacij o njegovem življenju, delu in raziskavah, ki jih je opravil v elektrotehniški znanosti.*

Vprašanja za obnovo:

- 1) Kolikšna je vrednost in predznak osnovnega naboja?
- 2) Kaj »pravi« zakon o ohranitvi naboja?
- 3) Kakšna je zveza med tokom in nabojem – kontinuitetna enačba?
- 4) Kdaj velja $i = +\frac{dQ}{dt}$ in kdaj $i = -\frac{dQ}{dt}$?