

13. Električni dipol

Vsebina poglavja: polarizacija prevodnika (snovi) v električnem polju, električni dipolni moment, polarne in nepolarne snovi, dipol v homogenem in nehomogenem polju, potencial in polje v okolici dipola, navor na dipol.

Električni dipol je en pomembnejših elementov v teoriji električnega polja. S tem konceptom (elementom) med drugim lahko razložimo vpliv in delovanje električnega polja v snovi, kar je seveda zelo pomembno. Do sedaj smo bili sposobni ugotavljati le polje v vakuumu, kar pa v veliki meri velja tudi za zrak. Poleg tega smo ugotovili, da električnega polja v prevodnikih ni, da je lahko le na površini prevodnika. Tam je polje sorazmerno površinski gostoti naboja.

Električni dipol

Spomnimo se poglavja o prevodnikih v električnem polju. Če nevtralni prevoden delec postavimo v električno polje, pride v prevodniku do prerazporeditve naboja, pri čemer se elektroni premaknejo (zamaknejo) v nasprotni smeri polja. Ti zamiki potekajo toliko časa (pa vendar zelo hitro), da se v notranjosti prevodnika vzpostavi polje, ki je enako nič. Prevodni delec tako dobi enovit potencial. Presežek pozitivnega naboja na enem koncu prevodnika lahko konceptualno združimo v pozitiven točkast naboj, presežek negativnega pa v negativen točkast naboj. Ta naboja sta razmaknjena za neko fiksno razdaljo, ki jo lahko opišemo z vektorjem, ki kaže od negativnega v smeri pozitivnega naboja.

Električni dipol definiramo kot dva nasprotno-predznačena točkasta naboja razmaknjena za razdaljo d .

SLIKA: Prevodnik v električnem polju. Prerazporeditev naboja lahko ponazorimo z dvema točkastima nabojema povezanima s fiksno razdaljo, kar ponazorimo s konceptom električnega dipola.

Električni dipolni moment

imenujemo produkt naboja Q in vektorja \vec{d} , ki je distančni vektor od naboja $-Q$ do naboja Q in ga zapišemo s simbolom \vec{p} :

$$\vec{p} = Q\vec{d} \quad (* \text{ enota je Cm})$$

* Pogosto, posebno v elektrokemiji, se uporablja za enoto električnega dipolnega momenta D (Debye). Velja $1 \text{ D} = 3,33 \cdot 10^{-33} \text{ C} \cdot \text{m}$. To omogoča tudi »leپše« zapise dipolnih momentov. Npr. dipolni moment vode je $p(\text{H}_2\text{O})=1,85 \text{ D}$, $p(\text{HCl})=1,08 \text{ D}$, itd.

Pozor: Velja opozoriti, da je smer vektorja \mathbf{d} ravno nasprotna smeri polja, ki ga povzročata naboja in je torej definirana od minus naboja v smeri plus naboja.

Primer: Vzdolž daljše osi ovalnega prevodnika dolžine 5 mm se prerazporedi 10^{10} elektronov. Ponazorimo prevodnik v obliki električnega dipola in ocenimo njegov električni dipolni moment.

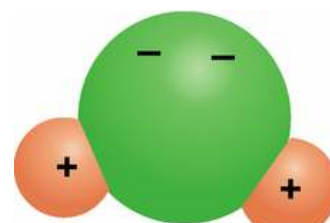
Izračun:

$$p = Qd = 10^{10} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \text{ m} = \underline{\underline{8 \cdot 10^{-12} \text{ C} \cdot \text{m}}}.$$

Primer: V molekuli NaCl (sol) je razdalja med Na in Cl ionom 0,6 nm. Izračunajmo električni dipolni moment molekule NaCl.

Izračun: $p = Qd = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 0,6 \cdot 10^{-9} \text{ m} \approx \underline{\underline{10^{-28} \text{ C} \cdot \text{m}}}$

Polarne in nepolarne molekule. Ni pa nujno potrebno, da dobimo električni dipol le pri vstavitvi prevodnika v električno polje. Določene snovi (molekule) so lahko že same po sebi take, da imajo neenakomerno porazdeljen naboj. Tipičen primer je molekula vode (H_2O), ki ima vodikova atoma razmaknjena od središčnega kisikovega za kot 105° . Zakaj ravno tak kot? Izkaže se, da ta kot omogoča minimalno energijsko stanje molekule. Zaradi nehomogene porazdelitve naboja je električni dipolski moment molekule vode $6,7 \cdot 10^{-30} \text{ Cm}$. Molekula vode ima torej vgrajen dipolni moment, rečemo tudi, da je **polarna** molekula (ima pozitivni in negativni pol) v nasprotju z nepolarnimi, kjer je naboj molekule porazdeljen tako, da je navzven nevtralna. Lahko pa nepolarna molekula postane bolj ali manj polarna, če jo postavimo v električno polje. Temu efektu rečemo **polarizacija**.



Neenakomerna porazdelitev pozitivnega in negativnega naboja v molekuli vode ustvari permanentni dipolni moment vode.

http://lightandmatter.com/html_books/4em/ch05/ch05.html

SLIKA: Polarna in nepolarna molekula: a) brez zunanega električnega polja, b) v zunanem električnem polju.

Dipol v električnem polju.

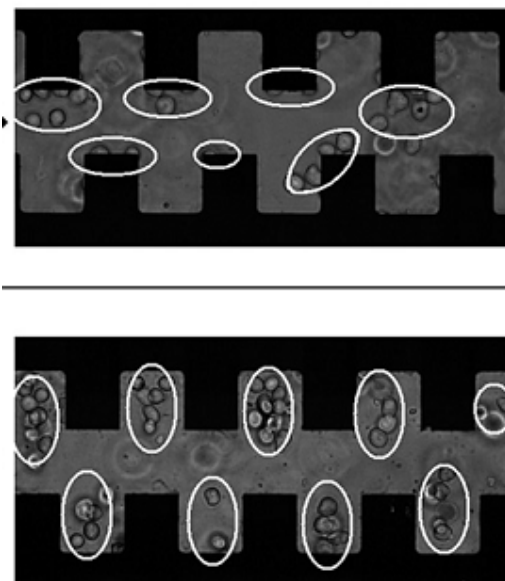
Kako se obnaša električni dipol v električnem polju? Nanj deluje električna sila, ki je enaka $\vec{F} = \vec{F}_Q + \vec{F}_{-Q} = Q \cdot \vec{E}_Q + (-Q) \cdot \vec{E}_{-Q} = Q \cdot (\vec{E}_Q - \vec{E}_{-Q})$.

SLIKA: Dipol v homogenem in nehomogenem polju.

Če je polje homogeno, je $\vec{E}_Q = \vec{E}_{-Q}$ in skupna sila na dipol je enaka nič. Deluje pa sila na oba naboja dipola v nasprotni smeri, tako, da bo delovala z navorom na dipol v taki smeri, da bi dipol usmerila v smer polja. Če pa je polje nehomogeno, na dipol deluje poleg navora tudi premikalna sila, ki je različna od nič in deluje v smeri večjega polja. Te sile so običajno zelo majhne, kljub temu pa jih je mogoče koristno izrabiti.

SLIKA: Sile na dipole usmerijo dipole v smer polja. Primer semenk v enosmernem polju velike vrednosti.

* Primer je recimo koncentriranje mikronskih in submikronskih delcev v nehomogenem električnem polju. To se uporablja predvsem za manipulacijo bioloških celic, kjer s pomočjo mikroelektronske tehnologije ustvarimo zelo majhne elektrode, ki imajo ravne in »ostre« robове. Vzpostavitev napetosti med takima dvema elektrodama vzpostavi polje med njima, ki je izrazito nehomogeno in večje v okolici ostre elektrode. Če se med elektrodama znajde delec, se polarizira, nato pa nanj deluje sila v smeri »ostre« elektrode. Še bolj pogosta pa je manipulacija nevtralnih delcev (bioloških celic) z vzpostavitvijo izmeničnega električnega polja. V tem primeru lahko s spreminjanjem frekvence električnega polja vplivamo na polarizabilnost molekul. Pri določeni frekvenci se ustvarja večji ali manjši dipolni moment, odvisno od tega, kako hitro so se sposobni preorientirati naboji v električnem polju. Zagotoviti je potrebno, da so električne lastnosti polarizacije delca različne od lastnosti polarizacije delca. Če je to zagotovljeno, bo delec pri določenih frekvencah vzbu jalnega signala ustvarjal dipolni moment, ki je v smeri polja, pri drugih pa dipolni moment, ki je usmerjen v nasprotno smer kot polje. S frekvenco je torej mogoče vplivati na silo na delce v smeri večjega polja ali pa v smeri manjšega polja.



Delci v električnem polju v zraku se polarizirajo, na njih deluje sila v smeri večjega polja (v smeri robov elektrodnih struktur, kot kaže zgornja slika). V primeru, da so delci v snovi, je njihov premik odvisen tudi od teh električnih lastnosti. Če se delci v polju močneje polarizirajo kot snov v katero so postavljeni, bo sila na delce delovala v smeri večjega polja. V nasprotnem primeru pa v smeri manjšega polja. Te lastnosti pa je mogoče spreminjati tudi s frekvenco izmeničnega signala, kot je bilo opravljeno v primeru na sliki. Tipični polmer celic je 10 μm .

Potencial v okolici električnega dipola.

Potencial v okolici električnega dipola ni težko določiti, saj gre za vsoto dveh potencialov, potenciala od pozitivnega in negativnega naboja.

SLIKA: Električni dipol v koordinatnem sistemu.

$$V(T) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r_1} - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r_2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2}$$

Če je razdalja med nabojema dosti manjša od razdalje do točke T, lahko smatramo, da je $r_1 r_2 \doteq r^2$ in $r_2 - r_1 \doteq d \cos(\vartheta)$. Enačbo torej lahko zapišemo v obliki

$$V(T) = \frac{Qd \cos(\vartheta)}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{p \cos(\vartheta)}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

* Pogosto se zgornjo enačbo zapiše tudi v obliki $V(T) = \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3}$

Pomni: Potencial v okolici dipola se manjša s kvadratom razdalje od dipola.

Električno polje dipola. Električno polje bi lahko določili s preprostim seštevanjem (superpozicijo) prispevkov obeh nabojev. Ker pa je polje vektor, bi imeli nekoliko več dela kot pri seštevanju potencialov. Bolj elegantna pot je s pomočjo gradienta polja, saj velja

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}, \frac{\partial V}{\partial y}, \frac{\partial V}{\partial z}\right) \text{ oziroma v sferičnih koordinatah}$$

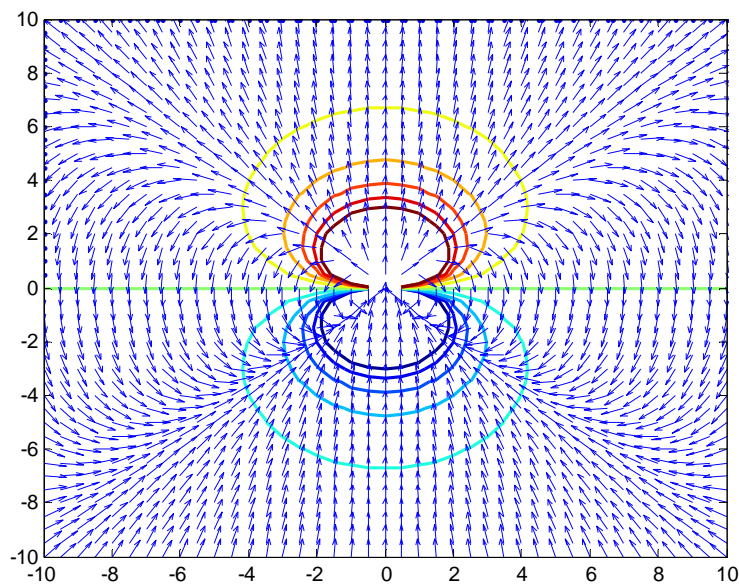
$$\vec{E} = (E_r, E_\vartheta, E_\varphi) = -\left(\frac{\partial V}{\partial r}, \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \vartheta}, \frac{1}{r \sin \vartheta} \frac{\partial V}{\partial \varphi}\right), \text{ torej dobimo}$$

$$E_r = -\frac{\partial V}{\partial r} = \frac{p \cos(\vartheta)}{2\pi\epsilon_0 r^3}$$

$$E_\vartheta = -\frac{\partial V}{r \partial \vartheta} = \frac{p \sin(\vartheta)}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

$$E_\varphi = 0.$$

Ugotovimo lahko, da polje v oddaljenosti od dipola upada s tretjo potenco. (To je precej hitreje od premege in točkastega naboja)



SLIKA: Ekvipotencialne ploskve in normirani vektorji električne poljske jakosti v okolici električnega dipola.

SLIKA: Potencial in polje v okolici električnega dipola.

Navor na električni dipol.

Ugotovili smo že, da na električni dipol v zunanjem električnem polju deluje sila, ki želi usmeriti (zavrteti) dipol v smer polja. Kako pa bi določili navor na dipol v zunanjem električnem polju? Preprosto, po definiciji za navor[†]

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

SLIKA: Električni dipol v homogenem polju. Nanj deluje navor.

[†] Opozoriti velja, da je pri vektorskem produktu pomembno, kateri vektor nastopa prvi, saj je rezultat vektorskega produkta vektor, ki kaže smer navora (vrtenja). Pravilno dobimo smer navora tako, da vektor radija (ročice) zavrtimo v smeri sile v smeri najmanjšega kota. Velja torej $\vec{M} = \vec{e}_n r \cdot F \cdot \sin(\vartheta)$, kjer je smer normale smer, ki je pravokotna na površino, ki jo določata vektorja r in F .

Navor na pozitivni in negativni naboj je

$$\vec{M} = \frac{\vec{d}}{2} \times \vec{F}_Q + \frac{-\vec{d}}{2} \times \vec{F}_{-Q} = \frac{\vec{d}}{2} \times Q\vec{E}_Q + \frac{-\vec{d}}{2} \times (-Q\vec{E}_{-Q}) = \frac{Q\vec{d}}{2} \times (\vec{E}_Q + \vec{E}_{-Q}).$$

Če upoštevamo kratko razdaljo med nabojema, lahko smatramo, da je polje na pozitivni naboj enako polju na negativni naboj (lokalno homogeno polje) in navor na dipol bo enak $\vec{M} = Q\vec{d} \times \vec{E} = \vec{p} \times \vec{E}$.

Ponovimo rezultat: navor na dipol je enak vektorskemu produktu električnega dipolskega momenta in jakosti polja. Rezultat je vektor, ki opisuje smer vrtenja.

$$\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}$$

Absolutna vrednost navora je $|\vec{M}| = |\vec{p}||\vec{E}|\sin\alpha$ ali $M = pE\sin\alpha$, kjer je α kot med vektorjema p in E .

Primer: Potencial se spreminja vzdolž X osi v skladu z enačbo $V = \frac{200}{x} \text{ V} \cdot \text{m}$. Pri $x = 1 \text{ cm}$ se nahaja električni dipol z momentom $\vec{p} = 10^{-6}(1, 2, 0) \text{ Cm}$. Določimo navor na dipol.

SLIKA: Električno polje in dipol v polju.

Izračun: Električno polje ima le komponento v smeri X osi, ki je enaka

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{200}{x^2} \text{ V} \cdot \text{m}. \text{ Pri } x = 1 \text{ cm je polje } E_x = -\frac{200}{1 \text{ cm}^2} \text{ V} \cdot \text{m} = -2 \cdot 10^6 \frac{\text{V}}{\text{m}}, \text{ navor pa je}$$

$$\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E} = (1, 2, 0) 10^{-6} \text{ C/m} \times \left(-2 \cdot 10^6 \frac{\text{V}}{\text{m}}, 0, 0 \right) = \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ 1 & 2 & 0 \\ -2 & 0 & 0 \end{vmatrix} 10^{-6} \frac{\text{C}}{\text{m}} 10^6 \frac{\text{V}}{\text{m}} = \underline{\underline{(0, 0, 4) \text{ N} \cdot \text{m}}}.$$

* Način izračunavanja sile na dipol iz spremembe električne energije.

Podobno, kot smo poiskali zvezo med potencialom in električno poljsko jakostjo kot

$V(T) = \int_T^{T(V=0)} \vec{E} \cdot d\vec{l} \Rightarrow \vec{E} = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}, \frac{\partial V}{\partial y}, \frac{\partial V}{\partial z}\right)$, lahko najdemo tudi povezavo med energijo in silo, saj velja

$$W(T) = \int_T^{T(W=0)} \vec{F} \cdot d\vec{l} \Rightarrow \vec{F} = -\left(\frac{\partial W}{\partial x}, \frac{\partial W}{\partial y}, \frac{\partial W}{\partial z}\right).$$

Ta način je pogosto uporabljen tudi pri numeričnemu izračunavanju, kjer izračunamo porazdelitev polja, potenciala in energije s pomočjo računalnika. Za izračun sile je potrebno izračun opraviti 2x, vsakič na tak način, da rahlo zamaknemo strukturo (v našem primeru dipol) za neko majhno razdaljo in vsakič izračunamo polje in energijo. Silo pa nato izračunamo kot diferenco

$$\vec{F} \cong -\left(\frac{\Delta W}{\Delta x}, \frac{\Delta W}{\Delta y}, \frac{\Delta W}{\Delta z}\right).$$

* **Izračunavanje sile na dipol iz spremembe električne poljske jakosti.** Postavimo dipol vzdolž in v smeri X osi. Na naboj $-Q$ deluje polje E_x in torej sila $-Q \cdot E_x$. Na naboj $+Q$, ki je od $-Q$ oddaljen za razdaljo dx , deluje polje $E_x(x+dx)$ oziroma $E_x + \frac{dE_x}{dx} dx$, sila pa bo $Q\left(E_x + \frac{dE_x}{dx} dx\right)$. Če je polje nehomogeno, se bosta polji razlikovali, torej bo na dipol

delovala rezultančna sila v smeri osi X, ki bo enaka $Q\left(\frac{dE_x}{dx} dx\right)$, kar lahko pišemo tudi kot

$F_x = Q dx \frac{dE_x}{dx} = p \frac{dE_x}{dx}$, kjer smo $Q \cdot dx$ zapisali z dipolnim momentom p . Enačba, ki smo jo zapisali velja le, če dipol leži vzdolž X osi in nanj deluje polje v smeri X osi. V splošnem je potrebno upoštevati možnost, da je dipol usmerjen poljubno. Torej bo potrebno silo na dipol v smeri osi X izračunati kot

$F_x = p_x \cdot \frac{dE_x}{dx} + p_y \cdot \frac{dE_x}{dy} + p_z \cdot \frac{dE_x}{dz}$ in na enak način tudi sili v smeri osi Y in Z. V vektorski

notaciji to običajno zapišemo v obliki $\vec{F} = (\vec{p} \cdot \vec{\nabla}) \vec{E}$, kjer je $\vec{\nabla} = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right)$.

Energija rotacije dipola. $W = \int M \cdot d\alpha = \dots - \vec{p} \cdot \vec{E}$.

Nekaj povezav na spletne strani, kjer uporabljajo koncept električnega dipola:

Splošno: <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/electric/dipolecon.html#c1>

Elektrokardiogram: www.upscale.utoronto.ca/1YearLab/EKG.pdf

Sevanje dipola: http://ocw.mit.edu/ans7870/8/8.02T/f04/visualizations/light/01-DipoleRadiation/01-Dipole_320.html

Elektroforeza in dielektroforeza:

<http://www.ibmm-microtech.co.uk/microeng/dielectrophoresis/science.php>

LCD materiali: <http://www.kth.se/fakulteter/TFY/kmf/lcd/lcd-1.htm>

