

3. Moč

Vsebina poglavja: definicija moči, delo, moč na bremenu, maksimalna moč, izkoristek.

Moč (simbol P) je definirana kot produkt napetosti in toka:

$$P = UI$$

V primeru, da se moč troši na linearnem uporu (na katerem velja $U = RI$), z upoštevanjem Ohmovega zakona dobimo*:

$$P = RI^2 \text{ ali } P = U^2 / R.$$

Enota za moč je vat (W).

Moč je merilo za intenzivnost dela, ki ga opravljajo električne sile. Obstaja torej neposredna zveza med močjo in delom,

$$A = \int P dt. \quad (\text{in tudi } P = \frac{dA}{dt})$$

Če je moč časovno konstantna, velja $A = P \int dt = Pt$, kjer je t čas opravljanja dela.

Primer: Ko priključimo breme (npr. avtomobilsko žarnico) na enosmerni vir napetosti 12 V, je skozenj tok 2 A. Določimo moč na bremenu, upornost bremena in energijo, ki se sprosti na bremenu v času 10 minut.

Izračun: Moč je $P = UI = 12 \text{ V} \cdot 2 \text{ A} = 24 \text{ W}$. Upornost je $R = P / I^2 = 24 \text{ W} / (2 \text{ A})^2 = 6 \Omega$. Energija je $A = W = Pt = 24 \text{ W} \cdot 10 \cdot 60 \text{ s} = 14400 \text{ J} = 14,4 \text{ kJ}$.

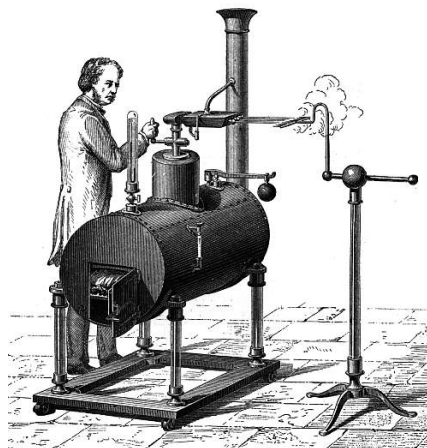
Vprašanje: Ali gre vsa ta energija v toploto (segrevanje)? Vsekakor en del, drugi del pa gre v svetlobno energijo. (Žarnice z žarilno nitko nimajo ravno velikega izkoristka, običajno med 10 in 20 % celotne moči).

Moč na bremenu. Oglejmo si, kako se moč spreminja na spremenljivem bremenskem uporu, ki ga priključimo na realni napetostni vir. Veljati mora

$$P_b = R_b I^2 = R_b \left(\frac{U_g}{R_b + R_g} \right)^2.$$

To ni ravno preprosta funkcija, saj R_b nastopa 2x, tako v števcu kot v imenovalcu. Poskusimo iz enačbe razbrati, kako se moč na uporu spreminja s spreminjanjem bremenske upornosti. Iz enačbe razberemo dve skrajnosti:

- 1) ko je bremenski upor enak nič, bo moč enaka nič



En prvih industrijskih generatorjev elektrike je bil zasnovan na ločevanju naboja s trenjem, ki ga uparjene kaplice »nanašajo« na prevodne ščetke. Izumitelj William George Armstrong, leta 1841.

* Te zveze pogosto imenujemo kar Joulov zakon, saj je James P. Joule leta 1841 prvi prišel do ugotovitve, da je sproščena toplota v prevodniku proporcionalna kvadratu toka, ki teče skozi vodnik.

- 2) ko je bremenski upor zelo velik velja $P \approx \frac{U_g^2}{R_b}$. Ta moč se bo z večanjem očitno zmanjševala proti nič. Vmes bo imela funkcija (moč) nek maksimum.

SLIKA: Moč na bremenu R_b , ki je priključen na realni napetostni vir. Levo: breme na realnem napetostnem viru, desno: prikaz moči na bremenu v odvisnosti od R_b .

Primer: Določimo moč na bremenu 10Ω , ki ga priključimo na realni napetostni vir 12 V z notranjo upornostjo 2Ω .

Izračun: $P = 10 \Omega \left(\frac{12 \text{ V}}{2 \Omega + 10 \Omega} \right)^2 = 10 \text{ W}.$

Vprašanje: Ali lahko to moč dosežemo tudi pri kakšni drugi upornosti?

Odgovor je pritrdilen: če enačbo zapišemo tako, da iščemo neznano upornost bremena pri znani moči, dobimo:

$$10(2 + R_b)^2 = 12^2 R_b, \text{ kar je kvadratna enačba, ki je s preureditvijo enaka}$$

$$10R_b^2 - 104R_b + 40 = 0$$

(Pri zapisu v matematični obliki smo zaradi preglednosti opustili pisanje enot. Ko določimo rešitev moramo pravilno enoto dopisati!)

Rešitvi kvadratne enačbe sta dve: že znanih 10Ω , pa tudi $0,4 \Omega$.

Preprosti ukazi s programom Matlab za izračun in prikaz moči na bremenu:

$R_b = 0:0.1:50$ % tvorimo niz vrednosti R_b od 0 do 50 s korakom 0,1

$U_g = 12$

$R_g = 2$

$P = R_b * U_g^2 ./ (R_g + R_b).^2$ % Izracun moci

plot(R_b, P) % izris

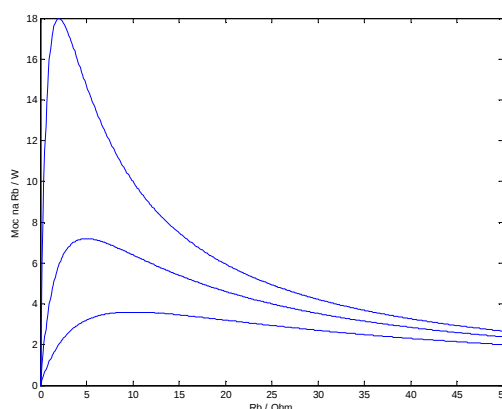
xlabel('Rb / Ohm')

ylabel('Moc na Rb / W')

% če želimo zrisati za več različnih vrednosti, zapišemo enačbe v dadoteko in jo večkrat poženemo s spremenjeno vrednostjo R_g , pri čemer za risanje na isti graf dodamo ukaz

hold on

SLIKA: Prikaz moči za različne vrednosti notranje upornosti generatorja (2Ω , 5Ω in 10Ω).



Maksimalna moč na bremenu. Vzemimo primer bremena priključenega na realni napetostni vir in se vprašajmo, kdaj je na bremenu največja moč. Grafična določitev je seveda enostavna, matematično pa jo določimo pri pogoju, da mora biti naklon premice na funkcijo moči enak nič (vzporeden z X osjo). Ker naklon premice dobimo z odvajanjem, moramo maksimalno moč iskati pri pogoju

$\frac{dP}{dR_b} = 0$. Ugotovimo, da z odvajanjem dobimo pogoj, da mora biti za maksimalno moč na

bremenu upornost bremena enaka notranji upornosti vira*:

$$R_b = R_g.$$

Kolikšna bo tedaj moč? Vstavimo pogoj ($R_b = R_g$) v enačbo za moč in dobimo:

$$P_{b,max} = \frac{U_g^2}{4R_b}.$$

Primer: Določimo še maksimalno moč iz prejšnjega primera. To bo tedaj, ko bo $R_b = R_g = 2 \Omega$, moč pa bo tedaj $P_{max} = \frac{(12V)^2}{4 \cdot 2 \Omega} = 18W$. Rešitev se seveda sklada z odčitkom maksimalne moči, ki jo poiščemo na grafu.

Izkoristek bremena.

V smislu zakona o ohranitvi energije se del energije virov prenese na breme, drugi del pa lahko smatramo kot izgubna energija:

$$W_{vhodna} = W_{izhodna} + W_{izgubna}.$$

Izkoristek lahko definiramo kot kvocient izhodne in vhodne energije

$$\eta = \frac{W_{izhodna}}{W_{vhodna}}.$$

Ker pa je energija pri enosmernih vezjih sorazmerna moči $W = Pt$, lahko definiramo izkoristek tudi kot kvocient moči na bremenu in moči vira (virov):

$$\eta = \frac{P_b}{P_g}$$

Izkoristek pogosto zapišemo v procentih, torej kot

$$\eta = \frac{P_b}{P_g} \cdot 100\%.$$

$$*\frac{dP}{dR_b} = \left(\frac{U_g}{R_g + R_b} \right)^2 + 2 \left(\frac{U_g^2}{R_g + R_b} \right) (-1) \frac{R_b}{(R_g + R_b)^2} = 0$$

$$\frac{dP}{dR_b} = \left(\frac{U_g}{R_g + R_b} \right)^2 \left(1 - \frac{2R_b}{R_g + R_b} \right) = 0 \Rightarrow R_b = R_g$$

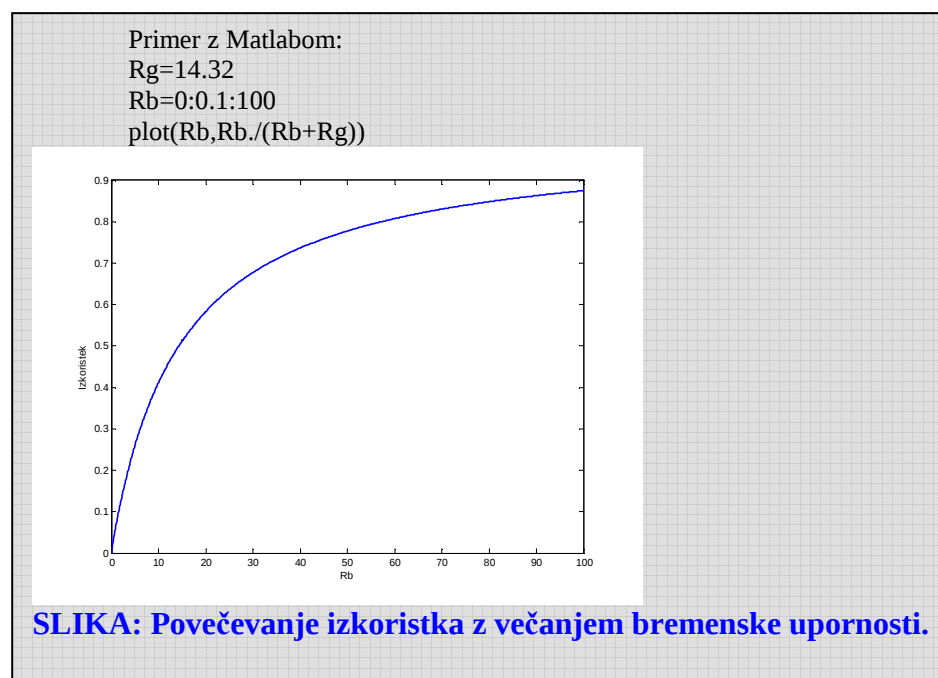
SLIKA: Vhodna energija se prenese (transformira) na izhodno in izgubno.

Kako se spreminja izkoristek vezja pri bremenu, priključenem na realni napetostni vir?

Izkoristek opisuje enačba

$$\eta = \frac{P_b}{P_g} = \frac{I^2 R_b}{I^2 (R_b + R_g)} = \frac{R_b}{R_b + R_g}.$$

Pri majhnih bremenskih upornostih gre izkoristek proti nič, pri velikih pa proti vrednosti 1 (100%). (glej sliko)



Kakšna pa je razlika med izkoristkom in maksimalno močjo na bremenu?

Ugotovimo, da je izkoristek vezja nekaj drugega kot maksimalna moč na bremenu. Največji izkoristek dosežemo pri čim večji upornosti bremena, vendar je tedaj moč na bremenu majhna v primerjavi z maksimalno. Pri maksimalni moči pa je izkoristek vezja ravno 50%.

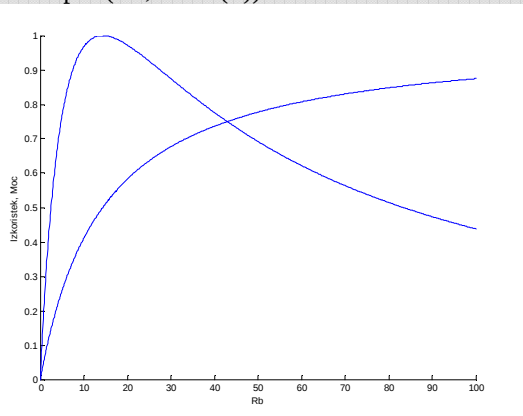
Kako določimo izkoristek povezanih sistemov?

Če imamo dva zaporedno vezana sistema, lahko izkoristek določimo kot

$$\eta = \frac{P_{izh(2)}}{P_{vh(1)}} = \frac{P_{izh(2)}}{P_{vh(1)}} \cdot \frac{P_{iz(1)}}{P_{vh(2)}} = \eta_1 \eta_2,$$

torej kot produkt posameznih izkoristkov.

Dodajmo še spremembo moči z ukazi
hold on
 $P = R_b / (R_b + R_g)^2$
`plot(Rb, P/max(P))`



SLIKA: Izkoristek vezja in moč na bremenu.

Vprašanja za obnovo:

- 1) Kako je definirana moč? Zapiši zveze tudi z upoštevanjem Ohmovega zakona.
- 2) Kakšna je povezava med močjo in delom?
- 3) Kako se spreminja moč na bremenu, ki je priključen na realni napetostni vir?
- 4) Ali lahko enako moč dosežemo pri dveh različnih upornostih?
- 5) Kdaj bo moč na bremenu, ki je priključeno na realni napetostni vir maksimalna? Pri kateri upornosti? Kolikšna bo tedaj moč?
- 6) Ohmeter, Watmeter, univerzalni inštrument.

Za raziskovalce:

1. Kako je J.P. Joule prišel do svojih ugotovitev o toploti, ki je proporcionalna kvadratu toka?
2. Naštejte nekaj različnih tipov žarnic. Opiši njihov princip delovanja. Preverite izkoristke različnih tipov žarnic.
3. Napišite računalniški program, ki izriše več različnih krivulj na isti graf. Pri tem uporabite zanko znotraj katere npr. povečujete vrednost upornosti generatorja.

Primeri kolokvijskih in izpitnih nalog:

kolokvij, 26.11.2003 (naloge 1)
kolokvij, 5. december 2006 (naloge 4, 5)
kolokvij, 2. 12. 2004 (naloge 2)
Izpit, 29. 01. 2002 (naloge 4)
Izpit, 10. marec 2006 (naloge 4)
Izpit, 20. aprila 2005 (naloge 2)
Izpit, 28. 01. 2005 (naloge 5)
izpit, 26. januar 2007 (naloge 5)
Izpit, 4. 6. 2007 (naloge 4)