

1. Naboj, tok in napetost

Vsebina poglavja: naboj, napetost, tok, upornost, Kirchoffova zakona, Ohmov zakon

Predmet OE 1 je razdeljen na dva dela. V prvem delu obravnavamo enosmerna električna vezja, v drugem pa osnove električnega polja v stacionarnem stanju – elektrostatično polje.

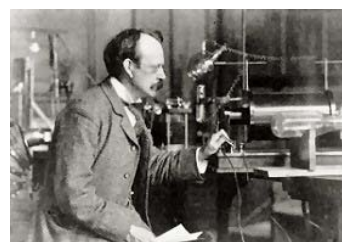
Stacionarno stanje. Kaj je to stacionarno stanje? To je stanje, ko ni več časovnih sprememb sistema. Če bi na primer pogledali napetost na kondenzatorju, bi ta morala biti ves čas nespremenjena – konstantna – stacionarna. Če se določena veličina časovno spreminja, govorimo o dinamiki oziroma o dinamičnem stanju. Dokler imamo opravka s stacionarnim stanjem, je mogoče električno polje obravnavati ločeno od magnetnega. Takšna analiza je pogosto lažja, kar je tudi razlog, da jo obravnavamo najprej. Poleg tega je tak način obravnave tudi pogosto opravičljiv. Posebej obravnavamo tudi primere, ko sistem preide iz enega stacionarnega stanja v drugo. Takemu pojavu pravimo prehodni pojav.

Naše spoznavanje elektrike bo temeljilo torej na postopnosti. Od bolj preprostih konceptov do bolj zahtevnih. V tem smislu bomo začeli z obravnavo enosmernih električnih vezij. Razlog je zopet v tem, da je za obravnavo električnega polja potrebno razumevanje integralnega in infinitezimalnega računa (integralov in odvodov), za kar potrebujemo nekoliko matematičnega predznanja.

Osnovne veličine – naboj, napetost, tok, upornost. Vse te veličine so vam že znane in ste jih navajeni uporabljati. V smislu eksaktne definicije pa so ti koncepti včasih manj preprosti, kot bi morda pričakovali. Na primer napetost, ki je definirana kot delo, ki ga opravijo električne sile pri premiku enote naboja (1 C) od enega do drugega mesta. V primeru napetosti kondenzatorja (ali baterije), sta ti dve mesti ravno zunanji priključni sponki. Tok pa je definiran s silo med dvema vzporenima tankima vodnikoma oddaljenima za 1 m . Bolj natančne definicije osnovnih enot si preberite v prilogi Uradnega lista Evropske unije, ki je priložen na koncu teksta ali pa ga najdete na strani.

Atomi. Zavedati se moramo, da so električni pojavi vezani na lastnost naše narave, ki je sestavljena iz atomov, ti pa iz jedra iz protonov, neutronov in oblaka elektronov. Elektroni in protoni imajo lastnost, ki ji rečemo naboj. Elektroni imajo negativni naboj, protoni pa pozitivnega. To je seveda naš (človeški) koncept, ki ga je prvi vpeljal Benjamin Franklin, ki je ene naboje poimenoval pozitivne, druge pa negativne. Čisto lahko bi se lahko Franklin odločil tudi za obratno pojmovanje.

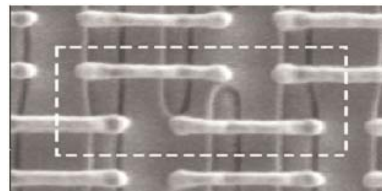
WWW: B. Franklin je znameniti Američan. Poiščite več informacij o njegovem življenju, delu in raziskavah, ki jih je opravil v elektrotehniški znanosti.



Joseph John Thomson, profesor fizike na univerzi Cambridge, je leta 1897 v eksperimentih s katodno cevjo opazil delce (elektrone), ki so bili negativni in 2000 krat lažji od atoma vodika.

Prevodniki, polprevodniki, izolatorji. Dokler ima atom enako število pozitivnih in negativnih nabojev je nevtralen. Atomi so običajno vezani med seboj in tvorijo zelo različne tvorbe. V kovinah so atomi, ki običajno tvorijo vezi, pri katerih je del elektronov zelo šibko vezan na jedro in se z lahkoto od jedra odcepi in se »prosto« giblje po materialu. Zato za kovine smatramo, da so dobri prevodniki. Nasprotni primer so izolatorji. Pri izolatorjih ni prostih ali pa je zelo malo prostih elektronov, ki lahko delujejo kot nosilci toka. Zato so

izolatorji slabi prevodniki električnega toka. Poseben primer predstavljajo polprevodniki. Že ime samo pove, da so njihove lastnosti nekaj vmes med prevodniki in izolatorji. Čisti polprevodniki so običajno izolatorji (npr. silicij ali germanij). Če pa jim vstavimo primesi (npr. z mikrotehnoškimi procesom dopiranja), postanejo te snovi bolj prevodne. Prevodnost teh snovi torej lahko spreminjamo. Na tak način realiziramo polprevodniške elemente, ki jih poznamo kot diode, tranzistorje katere lahko integriramo v mikroelektronske komponente (integrirana vezja)*. Poseben primer so še superprevodniki, snovi, ki pri določeni temperaturi izgubijo uporovne lastnosti.



Intelova 65 nm tehnologija SRAM spominskih celic. Na mm^2 je nekaj 10 milijonov takih tranzistorjev.

WWW: Na spletu poiščite informacije o najboljših prevodnikih in dobrih izolatorjih. Kolikšna je trenutna največja gostota polprevodniških elementov na sodobnih čipih? Iz kakšnih materialov so sestavljeni superprevodniki, kje se jih uporablja v praksi?

Naboj (elektrina)

Vsi naboji prispevajo k električnim pojavom. V tem smislu bi morali v principu upoštevati pri analizi vse naboje v atomu, molekuli, snovi, tako elektrone kot nevtrone. V praksi pa je pogosto dovolj, da se osredotočimo le na vplive presežkov nabojev, saj je njihov vpliv na električne pojave največji. Omenili smo že enoto naboja 1 C (Coulomb). Najmanjša vrednost naboja je naboj elektrona, ki je približno $1,602 \cdot 10^{-19}$ C in ker je ta naboj negativen, moramo upoštevati še negativen predznak. 1 C je torej mnogo elektronov. Koliko? $1/1,602 \cdot 10^{-19} \cong 6,25 \cdot 10^{18}$. To pa je veliko delcev in da bi obravnavali vsakega posebej je praktično neizvedljivo. Bolj pogosto obravnavamo naboje v smislu njihove koncentracije oziroma gostote porazdelitve.



Benjamin Franklin (1706-1790) je bil izjemen politik (pisec ameriške ustave) pa tudi znanstvenik. Prvi je ločil naboje na pozitivne in negativne, izumil izraze baterija, naboj, prevodnik, pozitivni in negativni naboj itd. Najbolj znan (in tudi nevaren) je njegov dokaz, da je strela električen pojav z eksperimentom z zmajem, ki se ob dežju namoči in postane prevoden. Ob strelah se del toka razelektritve prenese preko zmaja na zemljo. Iz teh raziskav sledi njegov izum strelovoda.

Zakon o ohranitvi naboja

Kako pa nastaja naboj? Ugotovitve kažejo, da naboj niti ne more iz nič nastati niti se ga ne da izničiti. To dejstvo opišemo kot zakon o ohranitvi naboja, ki je fundamentalen zakon. Pravi, da je v izoliranem sistemu vsota vseh nabojev konstantna.

* Gordon E. Moore, soustanovitelj podjetja Intel, je že leta 1965 zapisal znamenito ugotovitev, da se gostota tranzistorjev na integriranem vezju večja eksponentno s časom – vsaki dve leti se približno podvoji. V podjetju Intel so leta 2007 prikazali zmožnost proizvajati tranzistorje velikosti 45 nm na 300 mm veliki silicijevi rezini. (http://en.wikipedia.org/wiki/Moore's_law).

$$\sum_i Q_i \Big|_{\substack{\text{znotraj} \\ \text{izoliranega} \\ \text{sistema}}} = konst$$

Če je konstanta (vsota nabojev) pozitivna, govorimo o presežku pozitivnih nabojev, če je negativna o presežku negativnih nabojev, če pa je enaka nič je sistem nevtralen (ima enako število pozitivnih in negativnih nabojev). Pri vseh prej omenjenih primerih razelektritve in naelektritve gre torej za prerazporejanje naboja, ne more pa naboj nastati »iz nič« niti ne more »izginiti«. V tem smislu lahko rečemo, da je neuničljiv. Fizikalno – matematično rečemo, da je relativistična invarianta, je količina, ki se ne spremeni tudi če se sistem giblje s hitrostjo blizu svetlobne. (To pa ne drži za maso, ki se ob velikih hitrostih spreminja v skladu z znano povezavo med maso in energijo delcev (Einstein). Torej za maso ne moremo trditi, da velja zakon o ohranitvi mase. Ta velja le, če so hitrosti sistema majhne v primerjavi s svetlobno hitrostjo. Kar pa zelo pogosto drži.)

Primer: Vzemimo izoliran sistem v katerem imamo tri telesa. Dve nevtralni, na enem pa je presežek pozitivnega naboja 10 mC. Ob stiku teh treh teles se prenese 5 mC na eno, 2 mC pa na drugo telo. Koliko naboja je ostalo na prvotno naelektrinem telesu?

V skladu z zakonom o ohranitvi naboja mora veljati

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 10 \text{ mC},$$

tako pred stikom teles kot po stiku. Po stiku teles je $Q_2 = 5 \text{ mC}$, $Q_3 = 2 \text{ mC}$ iz česar sledi

$$Q_1 = 10 \text{ mC} - (Q_2 + Q_3) = 3 \text{ mC}.$$

V neposredni povezavi z zakonom o ohranitvi naboja je tudi kontinuitetna enačba, ki opisuje povezavo med električnim tokom in nabojem.

Električni tok (kontinuitetna enačba)

Nosilci električnega toka so naboji, rečemo jim lahko tudi elektrine. Če ti mirujejo, električnega toka ni. Tako kot ni vodnega toka, če je jez zajezen. Če pa jez odpremo, da lahko voda steče po strugi ali po cevi na lopatice turbine, pa seveda govorimo o vodnem toku. Tako je tudi pri elektriki. Če nabojem omogočimo, da se »pretakajo« iz enega mesta na drugo, lahko govorimo o električnem toku. Če je časovna sprememba količine naboja večja, to pomeni, da je v tem času tekel večji tok. Matematično to na simbolni način lahko zapišemo

kot: TOK = $\frac{\text{sprememba naboja}}{\text{sprememba časa}}$, oziroma $i = \frac{Q(t + \Delta t) - Q(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$, kjer ΔQ predstavlja

spremembo količine naboja v časovnem intervalu Δt . Če se sprememba naboja spreminja zelo hitro, je potrebno časovne intervale Δt vzeti zelo male, v idealnem tako majhne, da gre $\Delta t \rightarrow 0$. V tem primeru dobimo bolj splošno definicijo toka v obliki $i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t}$, kar pa v

matematiki predstavlja definicijo odvoda. Električni tok lahko torej definiramo kot odvod naboja po času, kar zapišemo kot

$$i = \frac{dQ}{dt}$$

Predznak toka

Po dogovoru je s pozitivnim predznakom definiran tok, ki je v smeri »opazovanega« naboja (v smeri pritekanja naboja):

$$i_{\text{v smeri pritekanja}} = + \frac{dQ}{dt}$$

Če je tok vezan na smer stran od opazovanega naboja, je potrebno uporabiti negativni predznak (v smeri odtekanja naboja):

$$i_{\text{v smeri odtekanja}} = - \frac{dQ}{dt}$$

Gre seveda za isti tok, le da ga enkrat določamo glede na naboj na eni, drugič pa drugi strani glede na smer toka.

SLIKA: Razlaga predznaka pri zvezi med nabojem in tokom.

Primer: Naboj na pozitivni sponki akumulatorja je konstanten – se ne spreminja s časom. Kolikšen je električni tok, ki izhaja iz sponke? Matematično lahko zapišemo, da je naboj na pozitivni sponki enak $Q(t) = Q_0$. Iz osnov matematike vemo, da je odvod konstante enak nič, torej bo ta tok seveda enak nič. Kaj pa, če recimo na akumulator priključimo žarnico in se naboj na pozitivni sponki akumulatorja manjša linearno, npr. v 10 sekundah za 12 C? Matematično to zapišemo kot $Q(t) = Q_0 - \frac{12\text{C}}{10\text{s}}t$. V tem primeru skozi žarnico (stran od

pozitivne sponke) teče električni tok, ki je $i = -\frac{dQ}{dt} = -\left(-\frac{12\text{C}}{10\text{s}}\right) = \underline{\underline{1,2\text{C/s}}}$. Ker vemo, da je

enota za tok A(mpere), je rezultat torej 1,2 A. Ponovno vidimo, da velja 1 C = 1 A.s.

Vprašanje: Kaj pomeni pozitivni predznak toka?

Odgovor: To, da s pozitivne sponke odtekajo pozitivni naboji s »hitrostjo« 1,2 C/s, oziroma bolje - s tokom 1,2 A.

Vprašanje: Kakšen pa je v resnici način gibanja nabojev v prevodnikih?

Odgovor: Ker smo že ugotovili, da v prevodniku prevajajo elektroni, pomeni, da gre v resnici za prenos elektronov preko žarnice v smeri pozitivne sponke, kjer smo imeli prej višek pozitivnih nabojev oziroma pomanjkanje elektronov.

Vprašanje: Ali steče tok skozi žarnico šele tedaj, ko do nje pridejo elektroni iz kondenzatorja?

Odgovor: poiščite ga sami ...

Primer: Ob naelektritvi se naboj na pozitivni elektrodi kondenzatorja spreminja kot $Q(t) = 5\left(1 - e^{-\frac{t}{10\text{s}}}\right)\text{mC}$. Določimo tok naelektritve, če smer toka označimo v smeri pozitivne elektrode.

Izračun: Glede na označitev moramo uporabiti enačbo

$$i = i_{\text{v smeri elektrode}} = \frac{dQ}{dt} = \frac{d}{dt}\left(5\left(1 - e^{-\frac{t}{10\text{s}}}\right)\text{mC}\right) = 5e^{-\frac{t}{10\text{s}}}\text{mC} \cdot \left(-\frac{1}{10\text{s}}\right) = 0,5e^{-\frac{t}{10\text{s}}}\text{mA}.$$

Pozitivni rezultat pomeni, da teče v smeri pozitivne elektrode pozitivni naboj.

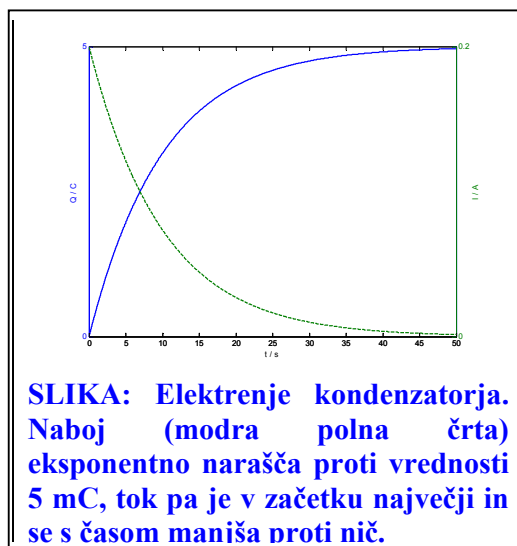
Naboj kot integral toka

Kaj pa obratno? Če poznamo tok, koliko naboja se »pretaka«? Gornjo enačbo je potrebno »predelati«, kar naredimo tako, da na obeh straneh enačbe množimo z dt in dobimo

$idt = dQ$. Sedaj le še integriramo obe strani in dobimo

$$Q(t) = \int_{t_0}^t idt$$

Z besedami: naboj je integral toka po času..



Primer: Ob času $t = 0$ s priklopimo akumulator na elektren s 500 C na breme. Iz pozitivne sponke akumulatorja teče v vezje konstanten tok 0,2 A. Koliko naboja je na pozitivni sponki akumulatorja ob času $t = 10$ minut?

Izračun: $Q(t = 10 \text{ min}) = \int_{t_0}^t (0,2 \text{ A}) dt = 0,2 \text{ A} \cdot (t - t_0) = 0,2 \text{ A} \cdot 10 \text{ min} = 0,2 \text{ A} \cdot 10 \cdot 60 \text{ s} = \underline{\underline{120 \text{ A} \cdot \text{s}}}$

V času 10 minut je skozi presek žice prešlo 120 As oziroma 120 C naboja. Na pozitivni sponki ga je torej ostalo še 380 C.

Konstanten tok

Ob konstantnem toku velja linearna zveza med nabojem in tokom

$$Q = \int_0^T I_0 \cdot dt = I_0 \int_0^T dt = I_0 T$$

To zvezo poznamo že iz srednješolske fizike: naboj je produkt toka in časa. Ugotovimo lahko omejeno veljavnost zapisa $Q = It$, saj velja le za konstantne toke.

Električna napetost

Na eni od sponk našega akumulatorja imamo pozitivni naboj, na drugi pa negativni. Rečemo lahko, da je naš akumulator nabit ali bolje naelektren, med sponkama akumulatorja pa je določena napetost. Napetost nam torej na nek način govori o naelektrenosti v prostoru. Oziroma, o energiji, ki smo jo vložili (ali se je vložila) v elektrenje. Ta napetost še nič ne pove o tem, kolikšno zalogo nabojev imamo na naših dveh sponkah, pač pa le o tem, koliko energije na enoto naboja smo vložili v to, da smo ločili naboje (če pri tem nismo imeli drugih izgub (npr. toplotnih)). Zveza med nabojem, ki ga ločujemo in napetostjo je pogosto linearna, kar lahko zapišemo kot $Q = CU$. Konstanta C ni nič drugega, kot prav gotovo že slišan pojem kapacitivnost. Toda, kot smo že dejali, v prvem delu predmeta se bomo ukvarjali z elementi enosmernih električnih vezij. Enota za napetost je V (Volt).

Ohmov zakon

Za bremena, ki jih bomo obravnavali pri analizi enosmernih vezjih velja linearna zveza (sorazmerje) med tokom in napetostjo. Večja kot je napetost na bremenu, večji tok teče skozi breme. Matematično to zapišemo kot

$$U = RI$$

Ohmov zakon

, kjer R ni nič drugega kot upornost. Enota za upornost je Ω (Ohm). Ta »zakon« pogosto imenujemo tudi **Ohmov zakon**, kar pa moramo upoštevati z zadržkom. Zvezo med napetostjo in tokom na določenem elementu vedno lahko poiščemo, ni pa vedno linearna. V elektrotehniki pogosto uporabljamo elemente, kot so diode in tranzistorji. Pri teh ravno izkoriščamo njihove nelinearne lastnosti med tokom in napetostjo za usmerjanje, ojačanje, ipd. Ohmov zakon v smislu linearne zveze med tokom in napetostjo je omejen na tiste elemente, kjer pač velja linearnost– to pa so linearni upori, ki jih bomo uporabljali pri analizi enosmernih vezij.*

Analogno izrazu upornost lahko uporabimo tudi izraz prevodnost. Velja $G = 1/R$. Enota za prevodnost je S (Siemens). »Ohmov« zakon bi tako lahko pisali tudi $U = I/G$ ali pogosto kot $I = GU$.

SLIKA: Simbol za upor, grafično prikazana linearna zveza med tokom in napetostjo.

SLIKA: Simbol za nelinearni element – diodo in prikazana nelinearna zveza med napetostjo in tokom diode.

Označevanje smeri tokov in napetosti. Tako za napetost kot za tok določimo smer. Na viru označimo smer napetosti od sponke plus proti sponki minus, na bremenu pa lahko smer toka ali napetosti določimo poljubno. Ne pa tudi obeh. Smer toka na bremenu določa tudi smer napetosti in obratno ($U = IR$).



SLIKA: Označevanje smeri tokov in napetosti na virih in bremenu.

* Omejenost Ohmovega zakona ne sme zmanjšati njegovega zgodovinskega in praktičnega pomena. Kar se tiče zgodovine elektrike se je potrebno zavedati, da so bili sprva pojmi kot so naboj, tok in napetost še popolnoma nejasni in so različni raziskovalci preizkušali različne pojme. Ohm je na tem področju razjasnil razlike med napetostjo in tokom. Poleg tega seveda zvezo med tokom in napetostjo v elektrotehniki zelo pogosto uporabljamo in je za enostavne upore pogosto upravičena linearna zveza.

KIRCHOFFOVA ZAKONA

1. Kirchoffov zakon. Oglejmo si najprej primer vodnega toka iz vodnega zbiralnika. Ta tok preusmerimo v dve strugi, en del toka pa še pronica v tla. Če seštejemo vse odtekajoče toke morajo biti ti seveda enaki pritekajočemu. Enako velja za električni tok. Vsota odtekajočih tokov v neko spojišče (vozlišče) mora biti enaka vsoti vseh pritekajočih tokov. Glede na to, da označujemo smer toka s pozitivnim ali negativnim predznakom, v smislu 1. Kirchoffovega zakona to pogosto zapišemo kot

$$\sum_{i=1}^N I_i = 0$$

oziroma z besedami: **vsota vseh (N) tokov v spojišču je enaka nič.** Dogovoriti se moramo le še kdaj je tok pozitiven. Kot pozitiven tok lahko označimo tistega, ki priteka v ali odteka iz spojišča. Važno je le, da smo pri obravnavi konsistentni.



Vsota vseh tokov: delta reke Nil.

Primer: V spojišču so povezani štiri vodniki. Po prvem priteka tok 4 A, po drugem odteka tok 2 A in v tretjem priteka tok 1A. Določimo tok v četrtem vodniku.

SLIKA: Vsota tokov v spojišču mora biti enaka nič: 1 KZ.

2. Kirchoffov zakon. Vzemimo akumulator in ga priključimo na dve bremenima, ki sta zaporedno vezani. Kako se razporedijo napetosti med bremenoma? Najprej lahko ugotovimo, da se v skladu z »Ohmovim zakonom« porazdeli padec napetosti na dva padca napetosti in to v skladu (sorazmerju) z njunima upornostima: $U_1 = R_1 I$ in $U_2 = R_2 I$, vsota teh dveh napetosti pa je priključena napetost: $U = U_1 + U_2$. Lahko pa pišemo tudi kot $U - U_1 - U_2 = 0$. Če si to ogledamo na sliki, ugotovimo, da smo zapisali, da je vsota vseh napetosti v zanki enaka nič, pri čemer je seveda potrebno seštevati padce napetosti v izbrani smeri. To pa velja tudi splošno, neodvisno od števila virov in bremen v zanki. Temu pravilu pravimo 2. Kirchoffov zakon in ga v splošnem (za M elementov vezja v zanki) zapišemo kot



W. Kandinsky

$$\sum_{i=1}^M U_i = 0$$

In z besedami: **vsota padcev napetosti v (zaključeni !) zanki je enaka nič.**

SLIKA: Idealni napetostni generator in vzporedno vezani dve bremen. Po 2. Kirchoffovem zakonu mora veljati, da je vsota vseh padcev napetosti v zanki enaka nič.

Vprašanja za obnovo:

- 1) Kaj je razlika med stacionarnim in dinamičnim stanjem?
- 1) Kaj »pravi« zakon o ohranitvi naboja?
- 2) Kakšna je zveza med tokom in nabojem – kontinuitetna enačba?
- 3) Kdaj velja $i = +\frac{dQ}{dt}$ in kdaj $i = -\frac{dQ}{dt}$?
- 4) V katerem primeru lahko korektno uporabimo zvezo $Q = it$?
- 5) Povezava med tokom in napetostjo.
- 6) Zapišite in razložite 1. in 2. Kirchoffov zakon.