10. Električna poljska jakost porazdeljenih nabojev

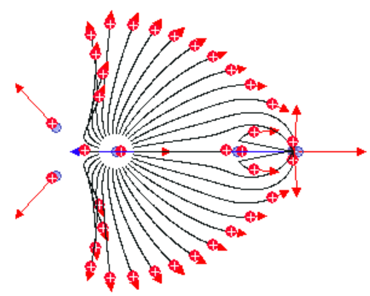
Vsebina: polje točkastega naboja, dela celotnega naboja in polje porazdeljenih nabojev.

Polje točkastega naboja.
Spoznali smo že definicijo električne poljske jakosti ter enačbo za izračun polja v okolici osamljenega točkastega naboja ($\vec{r}$ je vektor od točke, kjer se nahaja naboj Q do točke, kjer določamo polje).

$$\boxed{\vec{E} = \vec{e}_r \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}}$$ **Polje točkastega naboja**

SLIKA: Polje v okolici točkastega naboja.

Nadalje smo ugotovili, da je število presežkov nabojev pogosto zelo veliko, kar pomeni, da se že ob manjšem drgnenju dveh teles prenese med telesi milijone in milijone elektronov. Da bi izračunali električno poljsko jakost, ki jo povzročajo ti naboji, bi potrebovali mnogo računanja, saj bi z upoštevanjem superpozicije lahko izračunali prispevek polja vsakega naboja posebej in vplive sešteli. Tak način računanja bi bil zelo zamuden in nepraktičen, čeprav v pedagoške namene lahko uporabljamo tudi tak postopek. Tipičen primer je program JaCoB (jacob.fe.uni-lj.si), ki računa silo med naboji in jih dinamično pomika v smeri rezultančne sile. Tak način izračunavanj se pogosto uporablja tudi v raziskavah osnovnih delcev, kjer pa se upošteva tudi lastnosti trkanja delcev.



SLIKA: Primer izračuna in prikazovanja sil med naboji s programom JaCoB.

Polje porazdeljenih nabojev.
Pri izračunu električne poljske jakosti porazdeljenih nabojev lahko predpostavimo, da je zaradi velikega števila nabojev le-ta porazdeljen zvezno. Spoznali smo že možnost predstavitve porazdelitve nabojev kot volumsko, površinsko ali linijsko gostoto nabojev. Da bi dobili ustrezen izraz za izračun polja, ki ga povzročajo tovrstne porazdelitve nabojev, se najprej poslužimo ideje, da če velja za polje točkastega naboja izraz $\vec{E} = \vec{e}_r \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$, potem lahko trdimo, da bo to veljalo tudi za neko malo količino naboja ΔQ, ki se nahaja na majhnem prostoru (majhnem v primerjavi z razdaljo r). V tem smislu bi za del celotnega naboja lahko določili polje, ki ga povzroča:

$$\Delta\vec{E} = \vec{e}_r \frac{\Delta Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}.$$

SLIKA: Polje, ki ga povzroča del celotnega naboja.

S procesom limitiranja diferenčnih vrednosti dobimo izraz za diferencial polja, ki ga povzroča diferencial naboja:

$$\boxed{\mathrm{d}\vec{E} = \vec{e}_r \frac{\mathrm{d}Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}}.$$

Vpliv vseh delnih vrednosti oz. diferencialov naboja seštejemo s superpozicijo, ki v zveznem prostoru predstavlja integracijo:

$$\boxed{\vec{E} = \int\limits_{\substack{\text{po vseh}\\ Q\text{-jih}}} \frac{dQ}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r}.$$ **Izraz za izračun polja porazdeljenih nabojev**

SLIKA: Integracija prispevkov diferencialov naboja za izračun električne poljske jakosti. *r* je razdalja od d*Q*-ja do točke v kateri računamo polje.

Teoretično lahko na ta način določimo električno poljsko jakost za poljubno porazdelitev naboja. Praktično pa smo omejeni s primeri, ko je zapisan integral še analitično rešljiv. V nasprotnem primeru nam preostane numerična integracija vplivov posameznih majhnih delov celotnega naboja: $\vec{E} = \sum \varDelta\vec{E}_i = \sum_i \vec{e}_{r_i} \frac{\varDelta Q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i^2}$.[1]

Postopek za določitev polja porazdeljenih nabojev.
Zapišimo postopek, po katerem določimo električno poljsko jakost za porazdeljene naboje z uporabo enačbe $\vec{E} = \int\limits_{\substack{\text{po vseh}\\ Q\text{-jih}}} \frac{\mathrm{d}Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r$, kjer je $\vec{r}$ vektor od mesta diferenciala naboja dQ do mesta, kjer računamo električno poljsko jakost; $\vec{e}_r$ je enotski vektor vektorja $\vec{r}$.

1) Da bi natančneje določili diferencial volumna, površine ali razdalje, moramo našo naelektreno strukturo umestiti v ustrezen koordinatni sistem. Če bo struktura na kateri se nahaja naboj v obliki žice, bo najbolj primerna uporaba cilindričnega koordinatnega sistema, če bo naboj v volumnu krogle bo primeren sferični K.S., itd.
   Naboji, ki povzročajo polje so porazdeljeni po volumnu, površini ali liniji. V tem smislu bo diferencial naboja enak $\mathrm{d}Q = \rho\mathrm{d}V$, $\mathrm{d}Q = \sigma\mathrm{d}A$ ali $\mathrm{d}Q = q\mathrm{d}l$. Te določimo v skladu s sledečo tabelo:

[1] V praksi imamo na razpolago še nekaj drugih možnih načinov reševanja, ki jih bomo omenili v nadaljevanju.

	Kartezični k.s.	Cilindrični k.s.	Sferični k.s.
dl	dx, dy, dz	$\mathrm{d}r, r\mathrm{d}\varphi, \mathrm{d}z$	$\mathrm{d}r, r\mathrm{d}\vartheta, r\sin\vartheta\mathrm{d}\varphi$
dA	dx.dy, dx.dz, dy.dz	$r\mathrm{d}\varphi\mathrm{d}z, \mathrm{d}r\mathrm{d}z, r\mathrm{d}\varphi\mathrm{d}z$	$r\mathrm{d}\vartheta\mathrm{d}r, r\sin\vartheta\mathrm{d}r\mathrm{d}\varphi, r^2\sin\vartheta\mathrm{d}\vartheta\mathrm{d}\varphi$
dV	dx.dy.dz	$r\mathrm{d}r\mathrm{d}\varphi\mathrm{d}z$	$r^2\sin\vartheta\mathrm{d}r\mathrm{d}\vartheta\mathrm{d}\varphi$

2) Glede na izbran koordinatni sistem določimo ustrezen diferencial naboja. Na primer, če se naboj spreminja vzdolž palice, postavljene v osi X, bo $\mathrm{d}\vec{l} = \vec{e}_x \mathrm{d}x$ in $\mathrm{d}Q = q\mathrm{d}x$. Če se naboj nahaja na površini valja, bo potrebno uporabiti izraz $\mathrm{d}Q = \sigma \mathrm{d}A$, pri čemer bo $\mathrm{d}A = r\mathrm{d}\varphi\mathrm{d}z$, itd.
3) Postaviti moramo diferencial naboja na neko poljubno mesto na strukturi in določiti vektor *r* kot funkcijo koordinat. Vektor *r* je vektor od mesta diferenciala naboja *d*Q do točke, kjer želimo izračunati polje.
4) Zapišemo integral ter določimo meje integracije. Meje integracije so določene s koordinatami, ki zajamejo celoten naboj.
5) Rešimo integral.

Primer izpeljave izraza za električno poljsko jakost naelektrene tanke palice.

Določimo električno poljsko jakost *h* = 5 cm stran od sredine enakomerno naelektrene tanke palice dolžine *d* = 10 cm. Naboj na palici je 2 μC.

Izračun: Postopamo na sledeči način.

1. Palico postavimo v koordinatni sistem. Primeren je valjni koordinatni sistem. Naj bo sredina palice v središču k.s. in Z os usmerjena vzdolž palice.
2. določimo d*Q*, ki je v našem primeru, ker gre za linijsko porazdelitev naboja, enak $\mathrm{d}Q = q\mathrm{d}l$. Ker gre za enakomerno porazdelitev naboja je $q = Q/l = Q/d = 20\ \mu\mathrm{C/m}$.
3. Glede na izbran koordinatni sistem je d*l* = dz.
4. Postavimo d*Q* na neko poljubno mesto na palici, oddaljeno od izhodišča za z. Od d*Q* do točke, kjer iščemo vrednost polja, narišemo vektor ***r*** in ga izrazimo s koordinatami. Velja $r = \sqrt{z^2 + h^2}$.
5. Sedaj diferencial polja v točki zapišemo v obliki
$$\mathrm{d}E = \frac{\mathrm{d}Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{q.\mathrm{d}z}{4\pi\varepsilon_0 \left(z^2 + h^2\right)}.$$
6. Sedaj moramo ugotoviti, da se vektor električne poljske jakosti spreminja za različne lege d*Q*-ja, kar pomeni, da jih moramo seštevati vektorsko. Da bi se temu izognili, lahko upoštevamo, da d*Q* na zrcalni strani Z osi povzroča polje, ki je v iskani točki usmerjeno tako, da vsota kaže v smeri radija. To upoštevamo tako, da bomo seštevali le komponente polja, ki so usmerjeni v smer radija: $\mathrm{d}E_r = \mathrm{d}E \cdot \cos(\gamma) = \mathrm{d}E \cdot \dfrac{h}{\sqrt{z^2 + h^2}}$.

7. Te komponente pa lahko seštejemo z integracijo:
$$E_r = \int \mathrm{d}E_r = \int_{-l/2}^{l/2} \frac{q.\mathrm{d}z}{4\pi\varepsilon_0\left(z^2+h^2\right)} \frac{h}{\sqrt{z^2+h^2}}$$
$$E_r = \frac{qh}{4\pi\varepsilon_0} \int_{-l/2}^{l/2} \frac{\mathrm{d}z}{\left(z^2+h^2\right)^{3/2}}$$
$$E_r = \frac{qh}{4\pi\varepsilon_0} . \left(\frac{z}{h^2\left(z^2+h^2\right)^{3/2}}\right)\Bigg|_{-l/2}^{l/2} = \frac{q2l/2}{4\pi\varepsilon_0 h\sqrt{(l/2)^2+h^2}} = \frac{ql}{4\pi\varepsilon_0 h\sqrt{(l/2)^2+h^2}}$$
Dobili smo rešitev. Vstaviti moramo le še vrednosti in določimo velikost radialne komponente polja: $E_r \cong \underline{\underline{2{,}54 \cdot 10^5\ \mathrm{V/m}}}$.

Neskončno dolga tanka naelektrena palica.
Zanimivo je pogledati, kakšno polje dobimo, če je naelektrena palica neskončno dolga. V tem primeru moramo limitirati razdaljo *l* proti neskončno in dobimo $E_r = \frac{qh}{4\pi\varepsilon_0} . \left(\frac{z}{h^2\left(z^2+h^2\right)^{3/2}}\right)\Bigg|_{-\infty}^{\infty} = \frac{q2l/2}{4\pi\varepsilon_0 h(l/2)} = \underline{\underline{\frac{q}{2\pi\varepsilon_0 h}}}$. Dobimo izredno pomemben rezultat, to je, da polje z razdaljo od tanke neskončne naelektrene palice upada z $1/h$, medtem, ko polje v okolici točkaste elektrine upada s kvadratom razdalje.

Neskončno dolgo tanko naelektreno palico lahko smatramo kot naelektreno premico, zato taki strukturi tudi rečemo **premi naboj (elektrina)**. Zapišimo polje preme elektrine še enkrat, tokrat v smislu radija od preme elektrine (pazi: v izpeljavi smo z r definirali razdaljo od dQ-ja do točke, sedaj je r definiran v smislu cilindričnega koordinatnega sistema – kot radialna oddaljenost od premega naboja):

$$\boxed{\vec{E} = \vec{e}_r \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 r}}.$$

SLIKA: Polje v okolici preme elektrine.

Polje tokovne daljice.

Izhajamo lahko iz rešitve za polje v okolici tokovne premice in namesto sredinske umestitve določimo razdalji od koordinatnega izhodišča do levega roba z l_1 in do desnega roba z l_2. Radialno komponento polja dobimo z rešitvijo integrala

$$E_r = \frac{qh}{4\pi\varepsilon_0}\int_{-l_1}^{l_2}\frac{\mathrm{d}z}{\left(z^2+h^2\right)^{3/2}},$$

ki je

$$E_r = \frac{qh}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{z}{h^2\left(z^2+h^2\right)^{3/2}}\right)_{-l_1}^{l_2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 h}\left(\frac{l_2}{\sqrt{(l_2)^2+h^2}}-\frac{-l_1}{\sqrt{(l_1)^2+h^2}}\right).$$

Enostavnejšo obliko tega zapisa dobimo, če uporabimo izraz za cosinusa notranjih kotov (glej sliko):

$$E_r = = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 h}\left(\cos(\alpha_2)+\cos(\alpha_1)\right).$$

Na podoben način bi lahko določili še Z komponento polja. Izkaže se, da je rezultat

$$E_r = = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 h}\left(\sin(\alpha_1)-\sin(\alpha_2)\right).$$

Če tudi sedaj namesto razdalje h uporabimo polmer r od tokovne daljice, dobimo enačbo[2]:

$$\boxed{\vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}\left[\vec{e}_r\left(\cos(\alpha_1)+\cos(\alpha_2)\right)+\vec{e}_z\left(\sin(\alpha_1)-\sin(\alpha_2)\right)\right]}$$

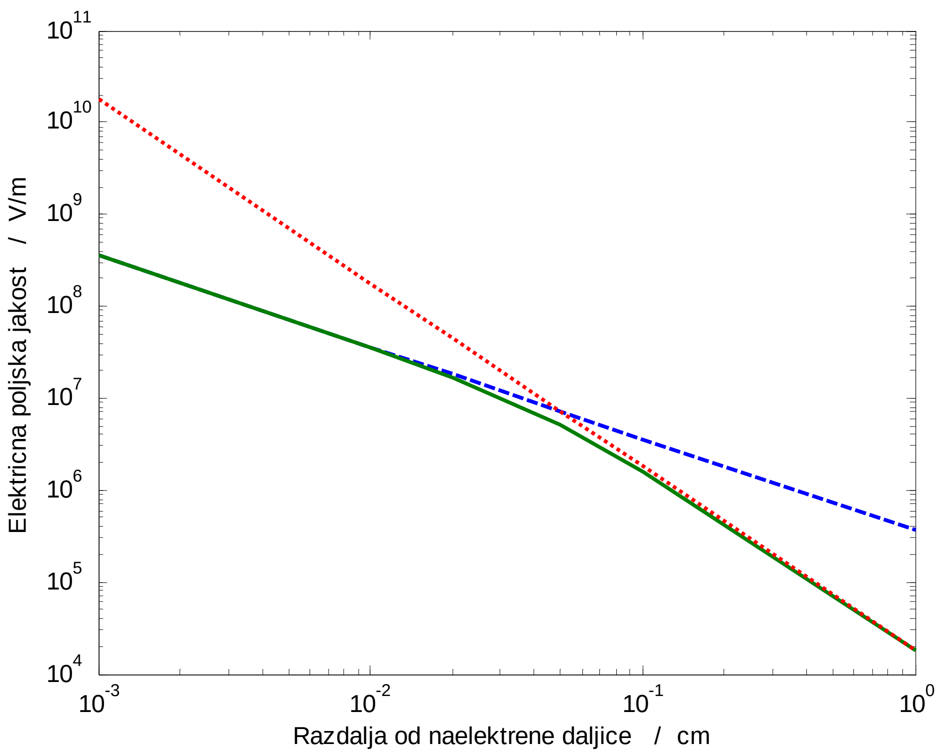
Ker je prema elektrina le poseben primer naelktrene daljice, dobimo iz gornje enačbe tudi enačbo za premo elektrino, ko velja $\alpha_1 = \alpha_2 \to 0$. Tedaj je $\cos(0)=1$ in $\sin(0)=0$. Sledi enačba za premo elektrino.

SLIKA: Tokovna daljica v koordinatnem sistemu.

[2] Enačba je v drugi literaturi lahko predstavljena z drugimi koti in je tem smislu spremenjena. Potrebno je torej pravilno določanje kotov α_1 in α_2.

Primer: Primerjajamo vrednosti izračunov polja za polje naelektrene daljice tako, da ga primerjamo s poljem naelektrene premice in točkaste elektrine. Vzemimo za primer naelektreno tanko palico dolžine *d* = 10 cm z enakomerno porazdeljenim nabojem 2 μC.
Primerjava pokaže, da je velikost polja naelektrene premice in daljice enaka za majhne razdalje od tanke palice (razdalja dosti manjša od dolžine palice), da pa je za razdalje, ki so dosti večje od dolžine palice bolj primerna aproksimacija polja tanke palice s poljem točkastega naboja.

Razdalja (cm)	E daljice (kV/m)	E premice (kV/m)	E točke (kV/m)
0,1	**359**	**359**	1797
1	**35**	**36**	179
2	17	18	45
5	5	7	7
10	**2**	3	**2**
100	**0,17**	0,36	**0,17**



SLIKA: Primerjava med vrednostjo polja v oddaljenosti od tanke naelektrene palice (polna zelena črta) in premega (črtkana modra črta) ter točkastega naboja (točkasta rdeča črta).

Polje v osi tokovne zanke.

V tem primeru uporabimo cilindrični koordinatni sistem in zapišemo del naboja kot $\mathrm{d}Q = q\mathrm{d}l = q \cdot r\mathrm{d}\varphi$. Če označimo z *a* polmer obroča velja $\mathrm{d}Q = qa\mathrm{d}\varphi$. Označimo d*Q* na skici in potegnemo vektor *r* od d*Q* do točke na Z osi, ki je od središča obroča oddaljeno za razdaljo *z*. Razdalja od d*Q* do točke na Z osi je $r = \sqrt{a^2 + z^2}$. Nato ugotovimo, da se pri sumaciji prispevkov d*Q*-jev k celotnemu polju ohranjajo le komponente polja v smeri osi Z, kar pomeni, da moramo določiti le prispevek te komponente in ga integrirati. Pišemo

$$\mathrm{d}E_z = \mathrm{d}E \cdot \cos(\alpha) = \mathrm{d}E \cdot \frac{z}{r}$$

$$\mathrm{d}E = \frac{\mathrm{d}Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

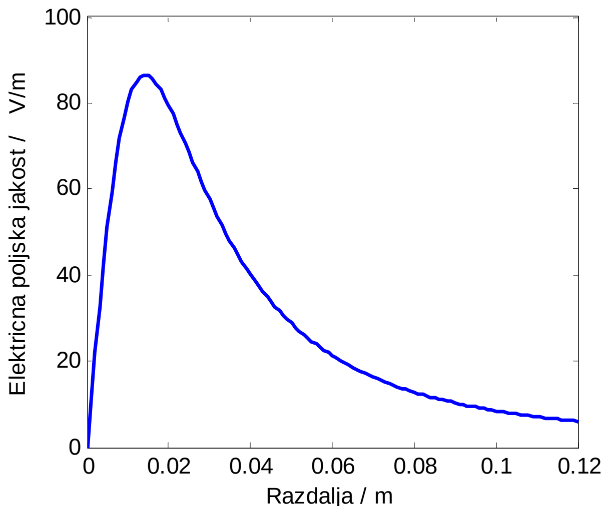
$$\mathrm{d}E_z = \frac{\mathrm{d}Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \cdot \frac{z}{r} = \frac{qaz\mathrm{d}\varphi}{4\pi\varepsilon_0 \left(a^2+z^2\right)^{3/2}}.$$

Sedaj ugotovimo, da integriramo po kotu in da nobena od spremenljivk v enačbi ni funkcija kota, od koder sledi:

$$\mathrm{E}_z = \int_{\text{po Q-jih}} \mathrm{d}E_z = \int_0^{2\pi} \frac{qaz\mathrm{d}\varphi}{4\pi\varepsilon_0 \left(a^2+z^2\right)^{3/2}} = \frac{qaz}{2\varepsilon_0 \left(a^2+z^2\right)^{3/2}},$$

kar je tudi že končen rezultat. Zapišimo ga še v vektorski obliki:

$$\boxed{\vec{E} = \vec{e}_z \frac{qaz}{2\varepsilon_0 (a^2+z^2)^{3/2}}}$$



SLIKA: Polje v osi naelektrenega obroča. Polmer obroča je 2 cm, na njem je enakomerno (linijsko) porazdeljen naboj 0,1 nC.

Polje v osi naelektrenega diska.

Polje v osi naelektrenega diska izračunamo na podoben način kot za druge strukture. Disk umestimo v cilindrični koordinatni sistem, določimo $\mathrm{d}Q = \sigma \mathrm{d}A$, kjer $\mathrm{d}A$ določimo iz poznavanja diferencialnih površin v cilindričnem koordinatnem sistemu. Uporabimo $\mathrm{d}A = \mathrm{d}r \cdot r\mathrm{d}\varphi$, torej $\mathrm{d}Q = \sigma r \mathrm{d}r \mathrm{d}\varphi$. Skiciramo disk v cilindričnem koordinatnem sistemu, postavimo dQ na neko poljubno razdaljo r od središča diska, razdaljo od dQ do točke T, kjer računamo polje in je za razdaljo z oddaljena od središča diska, pa označimo z R. Velja $R^2 = r^2 + z^2$. Narišemo dE v točki T in ga zapišemo v obliki $\mathrm{d}E = \frac{\mathrm{d}Q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$. Nadalje ugotovimo, da se radialne komponente polja odštevajo, sumirajo pa se prispevki polja v smeri osi Z. V tem smislu zapišemo diferencial komponente polja v smeri osi Z:

$$\mathrm{d}E_z = \mathrm{d}E \cdot \cos\delta = \mathrm{d}E \cdot \frac{z}{R} = \frac{\mathrm{d}Q}{4\pi\varepsilon_0 R^2} \cdot \frac{z}{R}$$

$$\mathrm{d}E_z == \frac{\sigma rz \mathrm{d}r\mathrm{d}\varphi}{4\pi\varepsilon_0 R^3}$$

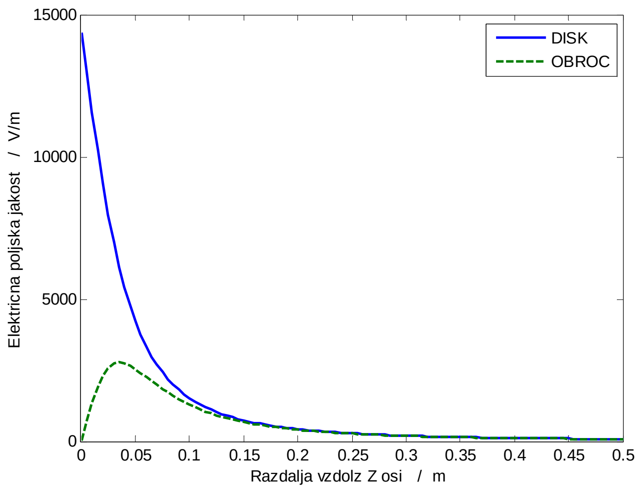
$$E_z = \int_0^{2\pi}\int_0^R \frac{\sigma rz}{4\pi\varepsilon_0 (r^2+z^2)^{3/2}}\mathrm{d}r\mathrm{d}\varphi = \frac{\sigma z}{4\pi\varepsilon_0}2\pi\int_0^R \frac{r}{(r^2+z^2)^{3/2}}\mathrm{d}r = \frac{\sigma z}{2\varepsilon_0}\left(-(r^2+z^2)^{-1/2}\right)_0^R = \frac{\sigma z}{2\varepsilon_0}\left(\frac{1}{z}-\frac{1}{\sqrt{R^2+z^2}}\right)$$

Nekoliko še lahko spremenimo obliko enačbe in dobimo

$$E_z = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1-\frac{z}{\sqrt{R^2+z^2}}\right) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1-\cos(\delta)\right).$$

Polje v osi naelektrenega diska določimo torej iz enačbe[3]:

$$\boxed{\vec{E} = \vec{e}_z\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1-\frac{z}{\sqrt{R^2+z^2}}\right) = \vec{e}_z\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1-\cos(\delta)\right)}; \qquad \text{za } z>0.$$



SLIKA: Primerjava polj vzdolž Z osi naelektrenega obroča (črtkana zelena črta) in naelektrenega diska (polna modra črta). Naboj diska in obroča je 2 nC, polmer diska in obroča pa 5 cm.

Polje naelektrenega diska je največje na površini in upada z razdaljo, medtem ko je polje obroča pri z=0 enako nič. V oddaljenosti je velikost polja podobna.

Naelektrena ravnina.

Naelektrena ravnina je le poseben slučaj naelektrenega diska in to tedaj, ko gre radij diska v neskončnost oziroma, ko gre $\delta \to \pi/2$. Tedaj je

$$\boxed{\vec{E} = \vec{e}_z\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}}. \qquad \text{Polje naelektrene ravnine (velja za } z>0)$$

To je pomemben rezultat in kaže, da je polje v okolici naelektrene ravnine neodvisno od višine nad ravnino. Neskončne ravne površine seveda ni, lahko pa je to dober koncept v mnogih poenostavljenih primerih. Uporabili ga bomo tudi pri izračunu polja v ploščnem kondenzatorju, kjer je ena plošča naelektrena s pozitivnim, druga pa z negativnim nabojem.

[3] Enačba velja za pozitivne z-je. Za negativne je potrebno spremeniti predznak polja, saj to kaže v smeri negativne Z osi (za pozitivni naboj na disku). Bolj splošna oblika je torej

$$\vec{E} = \vec{e}_z\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\frac{z}{|z|}-\frac{z}{\sqrt{R^2+z^2}}\right)$$

Polje znotraj ploščnega kondenzatorja bo torej očitno vsota prispevkov vsake posamezne plošče.

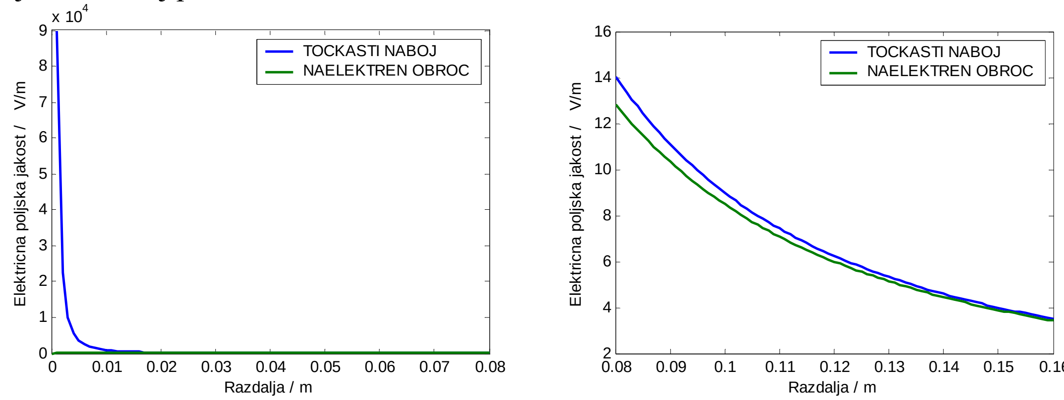
Tudi ta enačba, ki smo jo izpeljali, velja za pozitivne *z*-je. Za negativne *z*-je je potrebno predznak spremeniti, torej $\boxed{\vec{E} = -\vec{e}_z \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}}$ za z < 0.

SLIKA: Polje naelektrene ravnine.

Primer: Ravni plošči sta naelektreni z nabojema $Q = \pm 20\,\text{pC}$. Določimo električno poljsko jakost med ploščama, če je površina ene plošče 20 cm^2.
Izračun: Kot smo že omenili, je polje znotraj plošč vsota prispevkov vsake plošče, torej $E = 2 \cdot \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$, kjer je $\sigma = \dfrac{Q}{A} = 10^{-8}\ \text{C/m}$. Dobimo $E \cong \underline{\underline{1{,}23\,\text{kV/m}}}$.

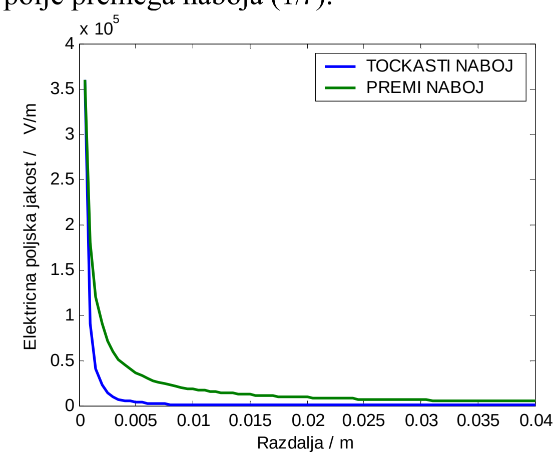
PRIMERJAVE POTEKOV POLJA:

1. Primerjava med poljem v oddaljenosti od točkastega naboja in naelektrenega obroča pokaže, da je potek polja popolnoma različen v bližini naelektrenih struktur, kjer polje točkastega naboja narašča s približevanjem proti neskončnosti, v središču naelektrenega obroča pa je polje enako nič. V oddaljenosti od obroča oziroma točkastega naboja pa sta ti polji vedno bolj podobni.



SLIKA: Primerjava med poljem v oddaljenosti od točkastega naboja in v osi naelektrenega obroča. Oba imata enako velik naboj (0,1 nC, polmer prstana je 2 cm). Levo: polje v bližini obroča. Desno: polje v oddaljenosti od obroča. V oddaljenosti od prstana postane izraz $\vec{E} = \vec{e}_r \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ **enakovreden izrazu** $\vec{E} = \vec{e}_z \dfrac{qaz}{2\varepsilon_0 (a^2 + z^2)^{3/2}}$**, v bližini obroča (razdalja manjša od nekaj polmerov obroča) pa je razlika velika (polja naelektrenega obroča na sliki levo ne vidimo, ker je bistveno manjši od polja točkastega naboja).**

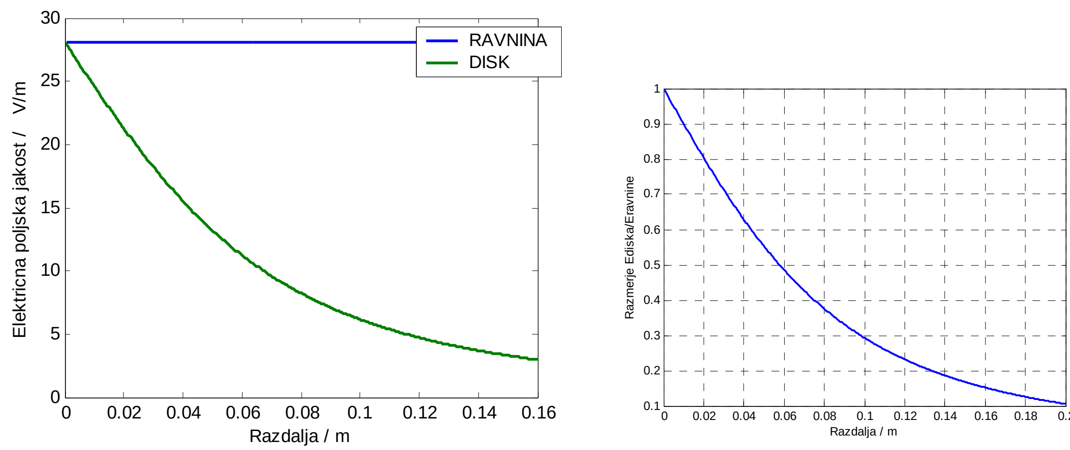
2. Primerjava med poljem točkastega in premega naboja
pokaže, da polje točkastega naboja mnogo hitreje (s kvadratom razdalje) upada z razdaljo kot polje premega naboja (1/*r*).



SLIKA: Primerjava med poljem točkastega (modra črta) in premega naboja (zelena črta). Polje točkastega naboja upada s kvadratom razdalje ($1/r^2$), polje premega pa z razdaljo (1/r).

3. Primerjava med poljem naelektrenega diska in neskončne ravnine

V inženirskem smislu je potrebno vedno poiskati tisto strukturo, ki najbolj primerno opisuje električno polje. Na primer, če imamo opravka z naelektrenim televizijskim ekranom in nas zanima električno polje 1 cm stran od ekrana, je dovolj natančno, če upoštevamo ekran kot neskončno naelektreno ravnino, če nas zanima polje naelektrenega ekrana 10 ali 15 m stran od ekrana pa bi bilo mnogo bolj primerno ekran smatrati kot točast naboj, še bolj pa kot naelektren disk.



SLIKA: Primerjava med poljem naelektrenega diska in neskončne ravnine z enako velikim površinskim nabojem. Polmer diska je 8 cm. Desna slika kaže razmerje med poljem diska in poljem ravnine. Tik ob površini je izračun ustrezen, na razdalji polmera diska pa je polje diska 38 % polja ravnine.

POVZETEK IZPELJANIH ENAČB:

Polje naelektrene premice (prema elektrina):

$$\vec{E} = \vec{e}_r \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

Polje naelektrene daljice: (položene vzdolž Z osi) (glej sliko za razlago kotov):

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}\left[\vec{e}_r\left(\cos(\alpha_1)+\cos(\alpha_2)\right)+\vec{e}_z\left(\sin(\alpha_1)-\sin(\alpha_2)\right)\right]$$

Polje v osi naelektrenega obroča (polmer obroča = a):

$$\vec{E} = \vec{e}_z \frac{qaz}{2\varepsilon_0 (a^2+z^2)^{3/2}}$$

Polje naelektrene ravnine (normala v smeri osi Z):

$$\vec{E} = \pm\vec{e}_z \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

Vprašanja za obnovo:

1) Kateri izraz nam omogoča izračun polja v okolici porazdeljenih nabojev? Kako ga dobimo iz izraza za točasti naboj?
2) Kako uporabimo izraz za polje porazdeljenih nabojev na primeru izračuna polja naelektrene premice, obroča, diska?
3) Zapišite in uporabite izraze za polje preme elektrine, polje v osi naelektrenega obroča, polje naelektrene ravnine.
4) Skicirajte poteke polj obdelanih struktur.
5) Katere aproksimativne izraze bi uporabili, če bi želeli izračunati polje tik nad enakomerno naeletreno mizo ali pa 15 m nad naelektreno mizo?