MAGNETNI PRETOK – FLUKS (7)

Če govorimo o gostoti magnetnega pretoka, kaj pa je magnetni pretok? Velja si predstavljati analogijo z gostoto električnega toka *J* in celotnim tokom *I*. Pri tokovnem polju smo uporabili zapis $I = \int_A \overline{J} \cdot d\overline{A}$, ki predstavlja tok, ki gre skozi neko (nezaključeno !) ploskev. V magnetiki zapišemo na podoben način

$$\boxed{\Phi = \int_A \overline{B} \cdot d\overline{A}}, \tag{4.1}$$

kjer je Φ imenujemo magnetni pretok, pogosto pa tudi magnetni fluks ali kar samo fluks. Enota je T m^2, ali pa Wb (Weber),ali pa tudi V s. V kratkem bomo namreč ugotovili, da je koncept magnetnega pretoka osnova za izračun inducirane napetost, induktivnosti in magnetne energije.

SLIKA: Magnetni pretok je integral vektorja gostote pretoka skozi določeno površino. Predstavljamo si ga z analogijo med gostoto (električnega) toka in gostoto magnetnega pretoka (*J* in *B*) ter tokom in fluksom (*I* in Φ).

Izračun fluksa. Za izračun magnetnega pretoka moramo torej poznati vektor gostote magnetnega pretoka povsod po površini, skozi katero nas zanima pretok. Tega lahko izračunamo s pomočjo BS ali Amperovega zakona (ali na kak tretji način: z meritvijo, numerično simulacijo, ...). Pri izračunu je potrebno upoštevati le tisto komponento gostote pretoka, ki je pravokotna na površino, kar v enačbi izrazimo z uporabo skalarnega produkta. Rezultat te operacije je skalar. Če je polje homogeno povsod po površini, lahko (4.1) zapišemo v preprostejši obliki:

$$\Phi = \int_A \overline{B} \cdot d\overline{A} = \int_A \overline{B} \cdot \vec{e}_n dA = B \cdot A \cdot \cos(\alpha) \tag{4.2}$$

kjer je alfa kot med smerjo Bja in normalo na površino (SKICA). In če je polje pravokotno na površino, je fluks največji in enak kar

$$\Phi = B \cdot A.$$

Brezizvornost magnetnega polja. Koliko pa je ta fluks po zaključeni površini? Ker je polje vrtinčno, enak del pretoka ki v določen prostor vstopa tudi izstopa. Integral fluksa po zaključeni površini bo torej enak nič ali z enačbo

$$\boxed{\oint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0}. \qquad (4.3)$$

To je pomemben rezultat, saj govori o brezizvornosti magnetnega polja. Da torej ne obstaja magnetni izvor in ponor v podobnem smislu kot to poznamo pri električnem naboju. Temu zapisu lahko rečemo tudi **Gaussov zakon za magnetiko**, in predstavlja eno od Maxwellovih enačb (3.) – zopet le v integralni obliki.
Poglejmo še analogijo z elektrostatičnim poljem. Tam je bil integral Eja po zaključeni površini sorazmeren zajetemu naboju. Električnemu polju smo rekli, da je izvorno (izvira na pozitivni nabojih in ponira na negativnih). Analogno električnim nabojem ne moremo najti magnetnega naboja. Torej **magnetno polje ni izvorno**. Včasih rečemo tudi, da je solenoidno.Vsak trajni magnet je tako izvor kot ponor magnetnega polja. Se pa v smislu analogije in lažjega računanja polj trajnih magnetov včasih uporablja tudi pojem magnetnega naboja, oziroma bolj natančno magnetnega površinskega naboja.

Upodobitev magnetnega polja. Gostoto pretoka smo lahko prikazali z množico vektorjev v prostoru ali pa z gostotnicami, ki povezujejo točke z enako veliko gostoto pretoka. Prostor med gostotnicami si lahko zamislimo kot cevke z določeno velikostjo pretoka. Pretok torej lahko vizualiziramo (predstavljamo) z *gostotnimi cevkami*. Ker običajno rišemo polje v dveh dimenzijah, gostotne cevke zapolnjujejo prostor med dvema gostotnicama. Običajno jih rišemo tako, da je fluks med sosednjimi gostotnicami konstanten $\Phi_i = konst$. Gostotne cevke ravnega vodnika ponazorimo s koncentričnimi krogi s polmeri, ki se gostijo v smeri manjšanja razdalje od vodnika. Da bo fluks med dvema vodnikoma konstanten, mora veljati $\Phi = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln \frac{r_{i+1}}{r_i} = konst$, oziroma $\frac{r_{i+1}}{r_i} = e^{k \cdot \Phi}$. Na podoben način smo risali tudi ekvipotencialne ploskve pri elektrostatiki.

SLIKA: Upodobitev magnetnega polja z gostotnimi cevkami.

Primer: Določite magnetni pretok skozi pravokotno zanko, ki je v ravnini ravnega vodnika s tokom 36 A in od vodnika oddaljena 5 cm. Dolžina zanke je 10 cm, širina pa 4 cm.

Izračun: $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$, $\Phi = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi} l \cdot \ln\dfrac{r_2}{r_1}$

$$\Phi = \frac{4\pi 10^{-7}\dfrac{\mathrm{V\cdot s}}{\mathrm{A\cdot m}}36\ \mathrm{A}}{2\pi} 0{,}1\ \mathrm{m} \cdot \ln\frac{9\ \mathrm{cm}}{5\ \mathrm{cm}} = 423\ \mathrm{nV\cdot s} = 423\ \mathrm{nWb}$$

SLIKA: Pravokotna zanka in vzporedno ležeči vodnik.

Primer: Določite fluks med ravnima vodnikoma (dvovodom) s polmeroma $R = 0{,}5$ cm in medosne razdalje $d = 2$ m na dolžini 100m. Tok v vodnikih je 150 A.

Izračun: $B_1 = \dfrac{\mu_0 I_1}{2\pi r}$, $\Phi = 2 \cdot \dfrac{\mu_0 I}{2\pi} l \cdot \ln\dfrac{d-R}{R} \cong 35{,}9\ \mathrm{mWb}$.

SLIKA: Ravna vodnika (dvovod).

Naloge:

izpit, 17. septembra 2002
izpit, 3. septembra 2002
izpit, 17. 4. 2003
izpit, 5. septembra 2002
izpit, 31. avgust, 2004
Izpit 4. 9. 2003
1. kolokvij, 22. april 2003
Prvi kolokvij, 9. maj 2002

INDUKTIVNOST (prvič)

Kot vidimo v izrazih za fluks, je le ta linearno odvisen od toka skozi strukturo. Zato definiramo **induktivnost** kot fluks skozi strukturo, pomnožen s številom ovojev, skozi katere gre fluks in deljen s tokom tuljave:

$$L = \frac{N \cdot \Phi}{I}, \qquad (4.4)$$

Enota za induktivnost je V s/A ali H (Henry).

Lastna induktivnost. Običajno nas zanima induktivnost določene strukture, pogosto kar tuljave. Iz znane induktivnosti tuljave lahko določimo fluks v tuljavi pri določenem toku skozi tuljavo. Kot bomo v kratkem spoznali, pa je še pomembneje to, da predstavlja neposredno zvezo med tokom in napetostjo na tuljavi. Tej induktivnosti rečemo tudi **lastna induktivnost**, saj fluks povzroča lastni tok za razliko od medsebojne induktivnosti, kjer fluks povzroča tok neke druge strukture (tuljave). Produktu fluksa in števila ovojev rečemo **magnetni sklep** $(\Psi = N \cdot \Phi)$, torej velja

$$L = \frac{\Psi}{I}, \qquad (4.5)$$

Induktivnost je osnovni podatek za vsako tuljavo. Ponavadi imamo zahtevo po določeni induktivnosti tuljave, kar dosežemo z ustrezno obliko in primernim številom ovojev tuljave. Če ni posredi feromagnetnih snovi, je induktivnost geometrijsko pogojena, podobno kot je veljalo za kapacitivnost.

Primer: Določimo induktivnost dvovoda iz primera 2, če upoštevamo le fluks med žicama (ne tudi v žicah).

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu_0 l}{\pi} \ln \frac{d-R}{R} \cong 240\ \mu\text{H}.$$

Če bi želeli pravilno določiti induktivnost dvovoda, bi morali upoštevati tudi tisti del fluksa, ki gre skozi vodnika. Izpeljana enačba $L = \frac{\mu_0 l}{\pi} \ln \frac{d-R}{R}$ torej ni eksaktna za induktivnost dvovoda. Ker pa ta fluks ne zajame celotnega toka vodnika, je izpeljava končnega izraza nekoliko bolj zapletena (AR Sinigoj: Osnove elektrotehnike, str. **). Če bi upoštevali še to, bi kljub vsej zahtevnosti izračuna dobili preprost izraz : $L=\frac{\mu_0 l}{\pi}\left(\frac{1}{4}+\ln\frac{d}{R}\right)$. Če bi vstavili vrednosti iz primera 2, bi dobili rezultat približno 250 μH.

Očitno je, da je osnovni izraz dovolj natančen, če je le razdalja med vodnikoma mnogo večja od polmera vodnikov.

Primer: Zapišimo poenostavljen izraz za lastno induktivnost dolgega solenoida in jo izračunamo za primer: polmer tuljave 1 cm, dolžina 5 cm, 100 ovojev. (Poenostavimo izraz za polje v dolgem solenoidu in to, da je homogeno porazdeljen znotraj preseka)

Izračun: $B\cong\frac{\mu_0 NI}{l}$, $\Phi\cong\frac{\mu_0 NI}{l}A$, $\Psi\cong\frac{\mu_0 N^2 I}{l}A$, $L\cong\frac{\mu_0 N^2}{l}A\cong 79\ \mu\text{H}$

SLIKA: Dolga ravna tuljava = solenoid.

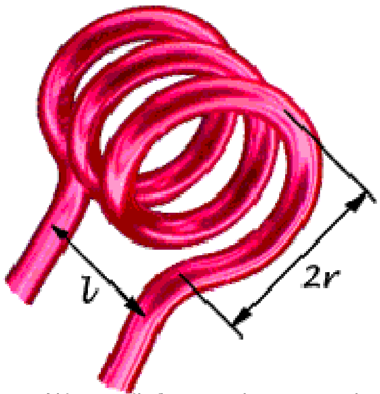
Primer: Zapišimo poenostavljen izraz za lastno induktivnost toroida krožnega preseka z notranjim polmerom 4 cm in zunanjim 5 cm. Toroid ima 200 ovojev. (Računamo s srednjim polmerom in homogenim poljem znotraj preseka toroida)

Izračun: $B=\frac{\mu_0 NI}{2\pi r_{sr}}$, $\Phi\cong\frac{\mu_0 NI}{2\pi r_{sr}}A$, $\Psi\cong\frac{\mu_0 N^2 I}{2\pi r_{sr}}\pi r_A^2$, $L\cong\frac{\mu_0 N^2}{2 r_{sr}}r_A^2\cong 55{,}85\ \mu\text{H}$

SLIKA: Toroid krožnega preseka.

DODATNO: ZRAČNE TULJAVE V PRAKSI

Že ime samo pove, da so to navitja (tuljave), ki ne vsebujejo feromagnetnih snovi. Le te običajno bistveno povečajo induktivnost (pri enakem navitju), kar je ugodno, po drugi strani pa imajo tudi mnogo pomanjkljivosti, ki so lahko v določenih primerih pomembne. Predvsem je lahko problem nelinearnost, saj pridejo jedra lahko v nasičenje in zmanjšajo induktivnost tuljave. Nelinearnost tuljave pa pomeni, da bo signal preko tuljave popačen, kar pa običajno ni zaželeno. Problem so lahko tudi izgube v jedru, ki se segreva.
Zračne tuljave so torej pomembne predvsem tam, kjer si ne smemo privoščiti popačitve signalov, kot na primer v audio tehniki, radio oddajnikih, itd. Zračne tuljave brez težav duporabljamo do 1 GHz, feromagnetne pa imajo običajno težave (povzročajo nelinearnosti) že pri frekvencah nad 100 MHz. Problem v zračnih tuljavah je lahko predvsem večje število ovojev, kar obenem pomeni večjo ohmsko upornost tuljave.
Odločitev za obliko tuljave narekuje aplikacija. Vase zaključene tuljave (toroidi) so primerne tam, kjer je potrebno čim bolj zmanjšati vpliv tuljave na okolico.



Včasih namesto izpeljanih enačb najdemo tudi bolj empirične enačbe[1], kot na primer za solenoid:

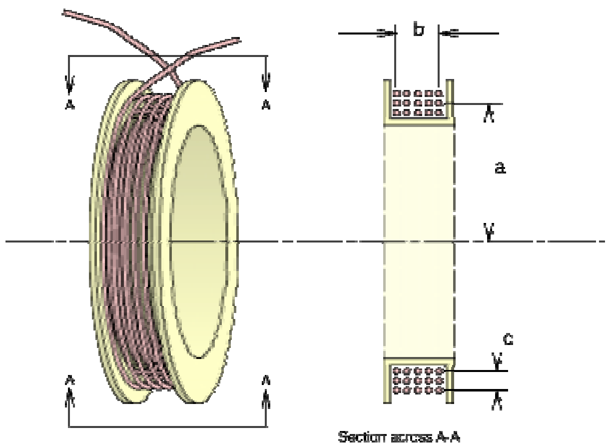
$L = 0.001\, N^2 r^2 / (228\, r + 254\, l)$

Ali pa

$L = 4\times10^{-7}\pi a\, N^2((0.5+S_1/12)\ln(8/S_1) - 0.84834+0.2041 S_1)$,

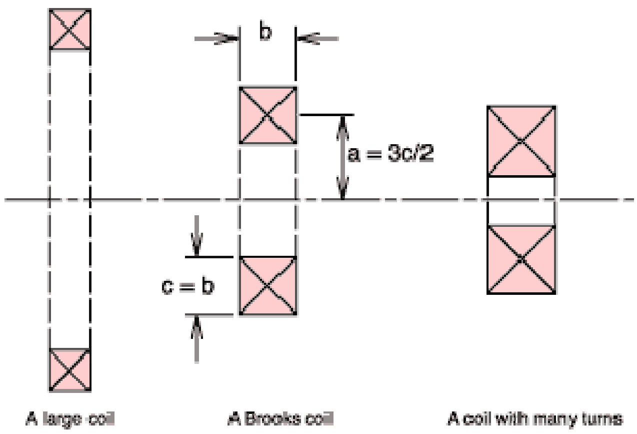
kjer je $S_1 = (c/2a)^2$

Fig. 1 Dimensions of a multi-layer coil of rectangular cross section



[1] (www.ee.surrey.ac.uk\Workshop\advice\coils\air_coils.html)

Fig. 2 The optimum shape for a multi layer coil



Pogosto se postavlja vprašanje, katera oblika tuljave je bolj idealna, torej, pri katera ima večjo induktivnost. Tuljava z velikim radijem ima sicer večjo površino in torej večji fluks, ima pa manjše število ovojev. Tuljava z majhnim radijem pa ima veliko število ovojev vendar mahno površino v preseku. Optimum je dosežen takrat, ko je srednji polmer približno 3c/2.

POVZETEK:

1) Magnetni pretok ali fluks skozi poljubno površino smo definirali na enak način kot pri tokovnem polju kot $\Phi = \int_A \overline{B} \cdot d\overline{A}$. V preprostem primeru, ko je polje homogeno, se izraz poenostavi v $\Phi = B \cdot A \cdot \cos(\alpha)$, kjer je alfa kot med normalo na površino in smerjo Bja. Pretok je največji, ko je polje pravokotno na površino. Magnetni pretok skozi zaključeno površino je enak nič, kar matematično zapišemo kot $\oint_A \overline{B} \cdot d\overline{A} = 0$. To je Gaussov zakon za magnetno polje ali tudi zakon o brezizvornosti magnetnega polja.
3) Lastno induktivnost smo zapisali kot $L = \dfrac{N\Phi}{I}$, enota Henry, in prikazali dva primera. V prvem približen in točen izraz za induktivnost dvovoda, v drugem približen in empiričen izraz za induktivnost ravne tuljave.
4) Izračuni:
   a. fluks v pravokotni zanki ob vodniku: $\Phi = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi} l \cdot \ln\dfrac{r_2}{r_1}$
   b. `Aproksimativni izrazi za induktivnosti:`
      i. ravna tuljava: $L \cong \dfrac{\mu_0 N^2}{l} A$
      ii. toroid: $L \cong \dfrac{\mu_0 N^2}{2 r_{sr}} r_A^2$
      iii. dvovod (brez izpeljave): $L = \dfrac{\mu_0 l}{\pi}\left(\dfrac{1}{4} + \ln\dfrac{d}{R}\right)$