Trifazni sistemi

Spoznali smo že primer dvofaznega sistema pri vrtilnem magnetnem polju, ki sta ga ustvarjala dva para prečno postavljenih tuljav s fazno zamaknjenim tokom za ¼ periode. Ugotovili smo, da bi tako ustvarjeno vrtilno magnetno polje ustvarjalo navor na kratko sklenjeno vrtljivo tuljavico in njeno vrtenje. Enako bi dobili vrtenje v primeru, da bi v vrtilno magnetno polje vstavili vrtljivo tuljavo, ki bi jo napajali s konstantnim tokom. V prvem primeru bi dobili asinhrono vrtenje, v drugem pa sinhrono. Možen pa je tudi obraten postopek. Da se vrti magnet ali vrtljiva tuljava napajana z enosmernim tokom, ki v stranskih tuljavah inducira napetosti, ki so fazno zamaknjene glede na lego tuljav. V že obravnavanem primeru bi dobili inducirane napetosti na tuljavah, ki bi bile fazno zamaknjene za četrtino periode. Z ustrezno priključitvijo dobimo dvofazni sistem napetosti. Na podoben način, le z uporabo treh parov navitij na fiksnem delu (statorju) okoli vrtečega dela (rotorja) z elektromagnetom, dobimo trifazni sistem napetosti. Za vrtenje rotorja uporabimo recimo vodno energijo (hidroelektrarne). Že Tesla je ugotovil, da ima trifazni sistem kar nekaj prednosti pred enosmernim, ki ga je v začetnem obdobju elektrifikacije promoviral Edison. Glavna prednost je bila lažji prenos energije na večje oddaljenosti, ki je bil v primeru Edisonovega enosmernega zaradi Ohmskih izgub na »omrežju« popolnoma onemogočen in omejen le na krajše razdalje. Poleg tega večfazni simetrični sistemi omogočajo dodatno zmanjšanje materiala, saj lahko eno sponko uporabimo skupno. V primeru, da je na simetrični trifazni sistem generatorjev priključeno simetrično trifazno breme, bo vsota vseh tokov v skupno spojišče enaka nič, tok v povratnem ali ničelnem vodniku pa bo enaka nič. V konkretnem primeru bi lahko ta vodnik izpustili, lahko pa ga obržimo za primer, ko breme ni čisto simetrično. V tem primeru bo tok v ničelnem vodniku različen od nič, vendar običajno še vedno manjši od tokov v faznih vodnikih (premer ničelnega vodnika je v takih primerih lahko manjši od faznih vodnikov).

Zapis faznih napetosti.

V primeru trifaznega sistema bomo na sponkah parov tuljav, ki zajemajo šestine oboda statorja, dobili napetosti:

$$u_1 = U_m \cos(\omega t + \alpha),$$
$$u_2 = U_m \cos\left(\omega t + \alpha - \frac{2\pi}{3}\right),$$
$$u_3 = U_m \cos\left(\omega t + \alpha + \frac{2\pi}{3}\right).$$

Trifaznemu sistemu s takim zaporedjem faz imenujemo <u>pozitivno</u>, saj se kompleksorji napetosti izmenjujejo v smeri urinega kazalca. V nasprotnem primeru imamo opravka z negtivnim trifaznim sistemom. Mi bomo obravnavali na strani generatorjev le simetrične trifazne sisteme, to so taki, katerih je amplituda vseh treh virov enaka, faze pa so zamaknjene za $\frac{2\pi}{3}$.

SLIKA: Trifazni sistem prikažemo kot tri generatorje z enako amplitudo in faznim premikom za 1/3 periode $\left(\frac{2\pi}{3}\right)$. Prikazana je vezava v »zvezdo«, pri kateri vežemo negativne sponke v skupno točko, ki jo ozemljimo.

Efektivne vrednosti in prikaz s kazalci.

Običajno si pri analizi vezij s trifaznimi sistemi pomagamo s kazalčnimi diagrami (kompleksorji), kjer namesto amplitud napetosti in tokov uporabljamo efektivne vrednosti.. Razlog je preprosto v tem, da sta v energetiki prenos in poraba moči izredno pomembni, ti pa sta direktno povezani z efektivnimi vrednostmi signalov. Za kompleksor napetosti v poljubni fazi bo torej efektivna vrednost napetosti enaka $U = U_{ef} = U_m / \sqrt{2}$. Za kot α si lahko izberemo poljubno vrednost. Mi si bomo izbrali kot $\frac{\pi}{2}$, lahko pa bi si tudi drugačnega (pogosto je v uporabi tudi $\alpha = 0$). V primeru vezave v zvezdo, bo med ničelnim vodnikom in faznim vodnikom t.i. **fazna napetost**, torej bi lahko pisali tudi $U = U_{\mathrm{f}}$. Nam vsem znana je fazna napetost 230 V in medfazna 400 V, ki jo dobimo iz domače vtičnice.

Kompleksorji napetosti bodo torej

$$\underline{U}_1 = U_f e^{j\frac{\pi}{2}} \frac{\pi}{2} = U_f e^{j90^0} \tag{24.1}$$

$$\underline{U}_2 = U_f e^{j\left(\frac{\pi}{2}-\frac{2\pi}{3}\right)} = U_f e^{-j\frac{\pi}{6}} = U_f e^{-j30^0} \tag{24.2}$$

$$\underline{U}_3 = U_f e^{j\left(\frac{\pi}{2}+\frac{2\pi}{3}\right)} = U_f e^{-j150^0} \tag{24.3}$$

Najlepše to prikažemo na sliki, kjer so kazalci premaknjeni za 1/3 periode ali za 120^0.

SLIKA: Kazalčni diagram faznih napetosti simetričnega pozitivnega trifaznega sistema.

Pogosto potrebujemo tudi zapise napetosti v obliki realnega in imaginarnega dela.

Tedaj pišemo

$$\begin{aligned}
\underline{U}_1 &= jU_f \\
\underline{U}_2 &= U_f\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - j\frac{1}{2}\right) \\
\underline{U}_3 &= U_f\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - j\frac{1}{2}\right)
\end{aligned} \tag{24.4}$$

Medfazne napetosti.

Pogosto so v uporabi tudi vezave z uporabo medfaznih napetosti. Te dobimo tako, da priključimo breme med sponke faznih napetosti. Matematičo jih dobimo z odštevanjem kompleksorjev, kot na primer

$$\underline{U}_{12} = \underline{U}_1 - \underline{U}_2 = jU_f - U_f\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - j\frac{1}{2}\right) = U_f\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - j\frac{3}{2}\right) \tag{24.5}$$

$$\underline{U}_{23} = \underline{U}_2 - \underline{U}_3 = U_f\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - j\frac{1}{2}\right) - \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - j\frac{1}{2}\right) = \sqrt{3}U_f \tag{24.6}$$

$$\underline{U}_{31} = \underline{U}_3 - \underline{U}_1 = U_f\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - j\frac{1}{2}\right) - jU_f = U_f\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - j\frac{3}{2}\right) \tag{24.7}$$

Prikažimo medfazne napetosti še v kompleksni ravnini. Tu dobimo kompleksor medfazne napetosti preprosto s seštevanjem kazalcev dveh faznih napetosti pri čemer enemu obrnemo smer.

SLIKA: Prikaz faznih in medfaznih napetosti v kompleksni ravnini.

Tako iz matematičnega zapisa medfaznih napetosti, kot iz prikaza v kompleksni ravnini lahko ugotovimo, da so medfazne napetosti za $\sqrt{3}$ večje od faznih, kar lahko v določenih primerih (povečanje moči na bremenu) s pridom izkoriščamo (v drugih primerih pa lahko s tako vezavo uničimo napravo, ki je namenjena priključitvi na fazne napetosti).

Vezava bremen.

Najpogosteje se uporabljata dva načina vezave bremen na trifazni sistem. Poimenujemo ju **vezava v trikot** in **vezava v zvezdo**. V prvem primeru ločimo še vezavo v trikot **z ničelnim vodnikom** in **brez ničelnega vodnika**. Pri vezavi v trikot uporabimo za priklop bremena medfazne napetosti in ničelnega vodnika ne potrebujemo.

Vezava bremena v zvezdo z ničelnim vodnikom.

Ta vezava je morda najbolj enostavna za obravnavo, saj je vsako od bremen priključeno na eno od faznih napetosti. Fazni toki so zato

$$\begin{aligned}\underline{I}_1 &= \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_1} = \underline{U}_1 \cdot \underline{Y}_1 \\ \underline{I}_2 &= \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_2} = \underline{U}_2 \cdot \underline{Y}_2 \\ \underline{I}_3 &= \frac{\underline{U}_3}{\underline{Z}_3} = \underline{U}_3 \cdot \underline{Y}_3\end{aligned} \tag{24.8}$$

Vsota teh tokov je tok v ničelnem vodniku

$$\underline{I}_0 = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 \tag{24.9}$$

Moč bremena pa je enaka vsoti moči posameznih bremen

$$\underline{S} = \underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \underline{S}_3 , \tag{24.10}$$

kjer posamezno moč lahko določimo z že znanimi zvezami. Npr, moč v fazi 1 je[1]

$$\underline{S}_1 = \underline{U}_1 \cdot \underline{I}_1^* = I_1^2 \underline{Z}_1 = U_1^2 \underline{Y}_1^* \tag{24.11}$$

Primer 1: Trifazno breme, ki ga sestavljajo impedance $\underline{Z}_1 = 100\Omega$, $\underline{Z}_2 = (50 + j50)\Omega$, $\underline{Z}_3 = -j100\Omega$ priključimo na trifazni sistem 230/400 V v vezavi v zvezdo z ničelnim vodnikom. Določimo delovno moč bremena.

Izračun: Delovno moč lahko izračunamo na enak način kot smo že spoznali pri enofaznih sistemih. Zopet imamo na razpolago dva načina. Pri prvem uporabimo zvezo $P = U \cdot I \cdot \cos(\varphi)$ pri drugem pa $P = \mathrm{Re}\{\underline{S}\} = U^2 \,\mathrm{Re}\{\underline{Y}^*\}$. V fazi 1 imamo le upor, moč na njem je $P_1 = \dfrac{(230\,\mathrm{V})^2}{100\,\Omega} = 529\,\mathrm{W}$. Za moč na bremenu v fazi 2 zapišemo

[1] Pri zapisu enačb za moč smo upoštevali (kot je v navadi pri obravnavi trifaznih sistemov) efektivne vrednosti tokov in napetosti. V primeru obravnave z maksimalnimi vrednostmi je potrebno izraze pomnožiti z 0,5.

impedanco $\underline{Z}_2 = 50\sqrt{2}e^{j\frac{\pi}{4}}\,\Omega$ in $\underline{Y}_2^* = \frac{1}{50\sqrt{2}}e^{j\frac{\pi}{4}}\,\mathrm{S} = \frac{1}{50\sqrt{2}}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + j\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\mathrm{S}$. Realni del konjugirane admittance je zopet 1/100 Ω, torej bo moč $P_2 = \frac{(230\,\mathrm{V})^2}{100\,\Omega} = 529\,\mathrm{W}$.

Delovna moč v fazi tri je enaka nič (je le jalova moč), vsota vseh delovnih moči pa je 1058 W.

<u>Dodatno</u>: Določimo navidezno moč na bemenu:

$$\underline{S}_1 = \frac{(230\,\mathrm{V})^2}{100\,\Omega} = 529\,\mathrm{VA}$$

$$\underline{S}_2 = \frac{(230\,\mathrm{V})^2}{50\sqrt{2}e^{-j45^0}\,\Omega} = 529(1+j)\,\mathrm{VA}$$

$$\underline{S}_3 = \frac{(230\,\mathrm{V})^2}{-j100\,\Omega} = j529\,\mathrm{VA}$$

$$\underline{S} = 1058(1+j)\,\mathrm{VA}$$

Primer 2: Za podatke iz primera 1 določimo tok v ničelnem vodniku.

<u>Izračun</u>: Tok v ničelnem vodniku je enak vsoti posameznih faznih tokov $\underline{I}_0 = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3$. Izračunati moramo torej vsak fazni tok posebaj in jih sešteti:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_1} = \frac{j230\,\mathrm{V}}{100\,\Omega} = j2{,}3\,\mathrm{A}$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_2} = \frac{230e^{-j30^0}\,\mathrm{V}}{50\sqrt{2}e^{j45^0}\,\Omega} = 3{,}25e^{-j75^0}\,\mathrm{A} \approx (0{,}84 \text{ - } j3{,}14)\ \mathrm{A}$$

$$\underline{I}_3 = \frac{\underline{U}_3}{\underline{Z}_3} = \frac{230e^{-j150^0}\,\mathrm{V}}{100e^{-j90^0}\,\Omega} = 2{,}3e^{-j60^0}\,\mathrm{A} \approx (1{,}15 \text{ - } j2)\ \mathrm{A}$$

$$\underline{I}_0 = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 \approx (2 - j2{,}83)\,\mathrm{A}$$

Vezava bremena v zvezdo brez ničelnega vodnika.

Iz prejšnjega primera ugotovimo, da tok v ničelnem vodniku ni enak nič. Kaj pa, če ničelnega vodnika ni, ali pa recimo izpade? Kakšne bodo v tem primer razmere? Ali bo delovna moč še vedno enako velika?

Tak primer lahko obravnavamo s poljubno metodo analize vezij, najpogosteje pa se uporabi metodo spojiščnih potencialov. En potencial lahko ozemljimo, običajno tistega na strani spojišča generatorjev, potencial drugega pa določimo na sledeč način: Vsota vseh faznih tokov mora biti sedaj enaka nič

$$\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 0 \tag{24.12}$$

Te toke sedaj izrazimo s tokovi skozi posamezne impedance bremena

$$-\left(\underline{V}^* - \underline{U}_1\right)\underline{Y}_1 - \left(\underline{V}^* - \underline{U}_2\right)\underline{Y}_2 - \left(\underline{V}^* - \underline{U}_3\right)\underline{Y}_3 = 0 \tag{24.13}$$

S preureditvijo dobimo

$$\underline{V}^*\left(\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3\right) = \underline{U}_1\underline{Y}_1 + \underline{U}_2\underline{Y}_2 + \underline{U}_3\underline{Y}_3\,, \tag{24.14}$$

od koder je

$$\underline{V}^* = \frac{\underline{U}_1\underline{Y}_1 + \underline{U}_2\underline{Y}_2 + \underline{U}_3\underline{Y}_3}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3}. \tag{24.15}$$

Temu potencialu rečemo **potencial zvezdišča**. Če imamo ničelni vodnik, potem je seveda ta potencial enak nič in predstavlja točko v središču kompleksne ravnine. V nasprotnem primeru pa se ta točka premakne v neko drugo točko, napetosti na elementih pa so sedaj

$$\underline{U}_{\underline{Z}_1} = \underline{U}_1 - \underline{V}^* \tag{24.16}$$

$$\underline{U}_{\underline{Z}_2} = \underline{U}_2 - \underline{V}^* \tag{24.17}$$

$$\underline{U}_{\underline{Z}_3} = \underline{U}_3 - \underline{V}^* \tag{24.18}$$

Ko izračunamo napetosti na impedancah bremena, je pot do izračuna tokov ali moči na elementih preprosta.

Primer 3: Določimo potencial zvezdišča in moči na elementih bremena iz primera 1 vezanih v zvezdo, če v tem primeru nimamo (izklopimo) ničelnega vodnika.

Izračun: Poiščemo potencial zvezdišča:

$$\underline{V}^* = \frac{\underline{U}_1\underline{Y}_1 + \underline{U}_2\underline{Y}_2 + \underline{U}_3\underline{Y}_3}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3} = \frac{\dfrac{j230\,\mathrm{V}}{100\,\Omega} + \dfrac{230e^{-j30^0}\,\mathrm{V}}{50\sqrt{2}e^{j45^0}\,\Omega} + \dfrac{230e^{-j150^0}\,\mathrm{V}}{100e^{-j90^0}\,\Omega}}{\dfrac{1}{100\,\Omega} + \dfrac{1}{50\sqrt{2}e^{j45^0}\,\Omega} + \dfrac{1}{100e^{-j90^0}\,\Omega}} = 230\,\mathrm{V}\frac{j + \dfrac{2}{\sqrt{2}}e^{-j75^0} + e^{-j60^0}}{1 + \dfrac{2}{\sqrt{2}}e^{j45^0} + j}$$

$$\underline{V}^* = (-21 - j120,6)\,\mathrm{V}$$

Moči na posameznih bremenih so torej

$$\underline{S}_1 = \left|\underline{U}_1 - \underline{V}^*\right|^2 \underline{Y}_1 = \left|j230 - (-21 - j120,6)\right|^2 \frac{1}{100\,\Omega} = 1233,9\,\mathrm{VA}$$

$$\underline{S}_2 = \left|\underline{U}_2 - \underline{V}^*\right|^2 \underline{Y}_2 = \left|230\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - j\frac{1}{2}\right) - (-21 - j120,6)\right|^2 \frac{1}{(50 + j50)\,\Omega} = 485,3(1 + j)\,\mathrm{VA}$$

$$\underline{S}_3 = \left|\underline{U}_3 - \underline{V}^*\right|^2 \underline{Y}_3 = \left|230\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - j\frac{1}{2}\right) - (-21 - j120,6)\right|^2 \frac{1}{-j100\,\Omega} = j317,65\,\mathrm{VA}$$

Ugotovimo lahko, da so se moči na elementih bremena spremenile. Navidezna moč je sedaj $\underline{S} \approx \underline{\underline{1719,3\ \text{-}\ j167,7\ \mathrm{VA}}}$, torej je delovna moč enaka 1719,3 W, kar za 62,5 % več kot pri priključitvni z ničelnim vodnikom.

Komentar: Ugotovimo lahko, da se napetosti na posameznih elementih bremena lahko precej spremenijo ob izklopu ničelnega vodnika. To lahko predstavlja tudi problem v primeru, da napetost na elementu (ali pa moč) preseže dovoljeno vrednost.

SLIKA: Narišimo še potencial zvezdišča in kompleksorje napetosti na elementih bremena.

Vezava bremena v trikot.

Pri tej vezavi so elementi bremena priključeni na medfazne napetosti. V tej vezavi torej nimamo možnosti uporabe ničelnega vodnika. Napetosti na posameznih elementih bremena so za $\sqrt{3}$ večji od faznih napetosti: $U_{mf} = \sqrt{3}U_f$. Toki skozi posamezne impedance so torej določeni z medfaznimi napetostmi, npr:

$$\underline{I}_{12} = \frac{\underline{U}_{12}}{\underline{Z}_{12}}, \quad \underline{I}_{23} = \frac{\underline{U}_{23}}{\underline{Z}_{23}}, \quad \underline{I}_{31} = \frac{\underline{U}_{31}}{\underline{Z}_{31}}.$$

Fazni toki pa so razlike teh tokov, npr:

$\underline{I}_1 = \underline{I}_{12} - \underline{I}_{31}$, itd.

Primer 4: Zopet vzemimo elemente bremena iz primera 1:

$\underline{Z}_1 = 100\Omega, \underline{Z}_2 = (50 + j50)\Omega, \underline{Z}_3 = -j100\Omega$ in ga v vezavi trikot priključimo na trifazni sistem 230/400 V. Določimo navidezno moč bremena.

Izračun: Zopet vzemimo formulo $\underline{S} = U^2\underline{Y}^*$, pri čemer so sedaj elementi bremena na medfazni napetosti, ki je za $\sqrt{3}$ večji od faznih, razlika v izračunu navidezne moči v prvem primeru in tem primeru so le v večji medfazni napetosti. Ker je za moč pomemben kvadrat napetosti, bo moč v vezavi trikot za 3x večja od tiste pri vezavi v zvezdo:

$$\underline{S}_1 = \frac{(\sqrt{3}\cdot 230\,\mathrm{V})^2}{100\,\Omega} = 3\frac{(230\,\mathrm{V})^2}{100\,\Omega} = 1587\,\mathrm{VA}\text{, itd..}$$

$$\underline{S} = 3\cdot 1058(1+j)\,\mathrm{VA}$$

Simetrično breme.

Simetrično breme je posebno primerno tedaj, ko nimamo na razpolago ničelnega vodnika, saj ga v primeru simetričnega bremena niti ne potrebujemo (tok v ničelnem vodniku je enak nič). V primeru simetričnega bremena (vse impedance v posameznih fazah (ali medfazah) so enake) bodo bremenski toki zaostajali ali prehitevali fazne ali medfazne napetosti za isti fazni kot. To lahko prikažemo v kompleksni ravnini.

(SLIKA)

SLIKA: Prikaz napetosti in tokov v kompleksni ravnini pri simetričnem trifaznem bremenu.

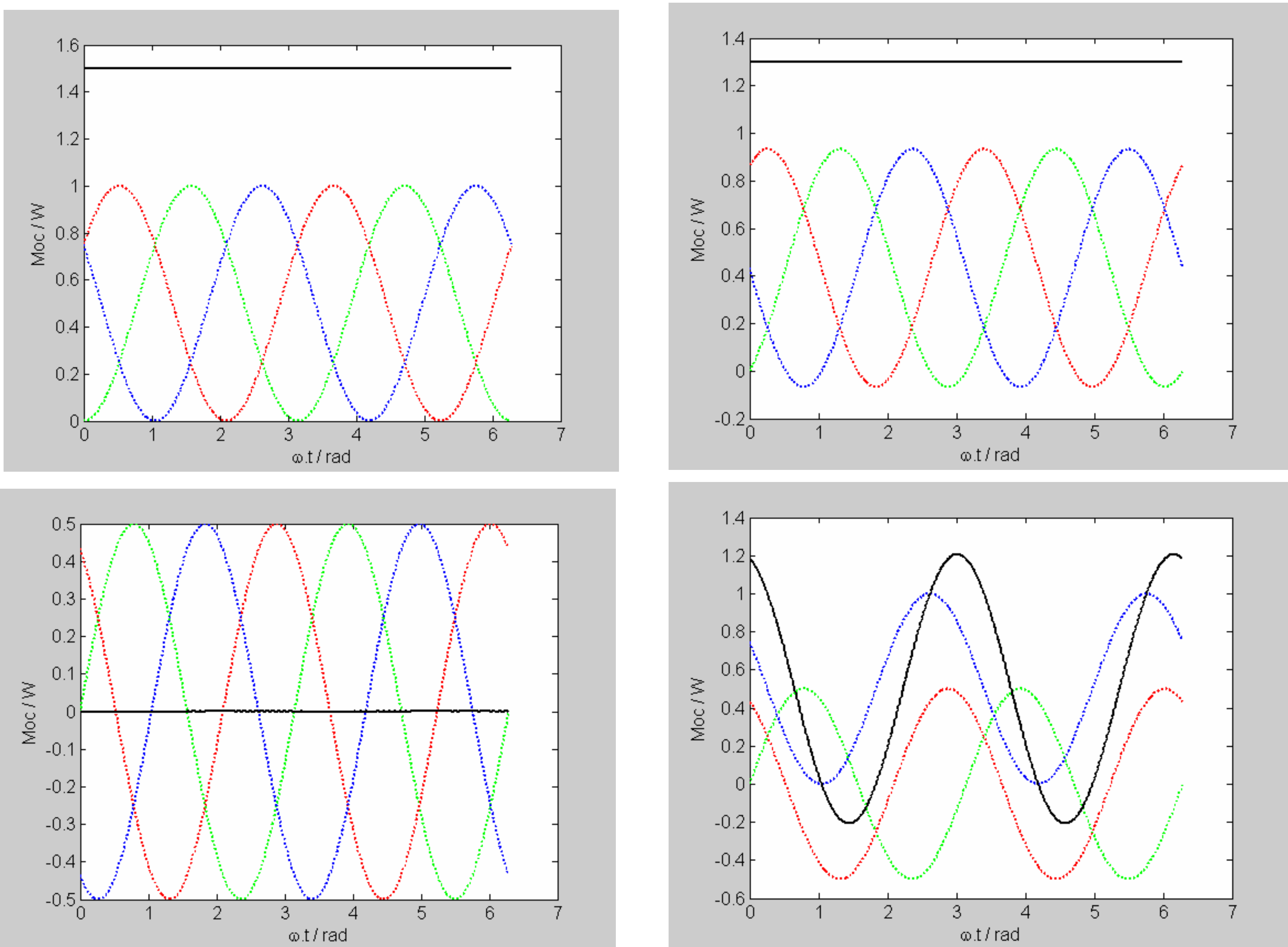
Trenutne moči na posameznih elementih bremena so:

$$p_1(t) = UI\cos(\omega t)\cdot\cos(\omega t+\beta)$$

$$p_2(t) = UI\cos(\omega t-\frac{2\pi}{3})\cdot\cos(\omega t+\beta-\frac{2\pi}{3})$$

$$p_3(t) = UI\cos(\omega t+\frac{2\pi}{3})\cdot\cos(\omega t+\beta+\frac{2\pi}{3})$$

Vsoto vseh teh moči lahko vidimo na sliki. Za simetrično breme ugotovimo, da je trenutna moč konstantna in enaka $p(t)=\frac{3}{2}UI\cos(\beta)$. Torej precej različna od enofaznega sistema, ko trenutna moč niha z dvojno frekvenco vira. .....



SLIKA: Na trifazni sistem je priključeno simetrično breme z vezavo v zvezdo z ničelnim vodnikom. a) Breme je ohmsko, b) breme je induktivnega značaja: $\underline{Z} = Ze^{j\frac{\pi}{6}}$, c) breme je čisto induktivno in d) breme je nesimetrično.Trenutna moč na posameznem elementu bremena niha z dvojno frekvenco vira (prikazana s črtkanimi črtami), celotna trenutna moč bremena je vsota trenutnih moči na posameznih elementih (polna črta). V primerih a in b je trenutna moč bremena konstantna (največja v primeru čisto ohmskega bremena), v primeru c je delovna moč enaka nič, v primeru d breme ni simetrično zato trenutna moč niha z dvojno frekvenco osnovnega signala (toka ali napetosti).