

## GIBANJE NABOJEV V ELEKTRIČNEM IN MAGNETNEM POLJU (7)

Gibanje nabojev v električnem polju smo že spoznali. Pozitivno naelektren delec se giblje v smeri električnega polja, sila na naboj  $Q$  je  $\vec{F}_e = Q\vec{E}$ . Dinamiko gibanja opišemo z enačbo  $\ddot{\vec{r}} = \dot{\vec{v}} = \vec{a} = \frac{Q\vec{E}}{m}$ . Ker deluje pospešek v smeri električnega polja, se mu s potjo povečuje tudi hitrost in s tem kinetična energija. Zmanjšuje pa se mu potencialna energija, saj se giblje v smeri zmanjšanja potenciala.

Kako pa na gibanje naboja vpliva magnetno polje? Poznamo izraz za silo na vodnik v magnetnem polju:  $d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$ . Tok zapišemo v obliki  $\frac{dQ}{dt}$  in dobimo  $d\vec{F} = \frac{dQ}{dt} d\vec{l} \times \vec{B} = dQ \frac{d\vec{l}}{dt} \times \vec{B}$ , pri čemer je  $\frac{d\vec{l}}{dt}$  hitrost gibanja naboja  $dQ$ . Dobimo  $d\vec{F} = dQ \cdot \vec{v} \times \vec{B}$  oziroma <sup>1</sup>

$$\vec{F}_m = Q\vec{v} \times \vec{B} \quad (7.1)$$

Sila na naboje v magnetnem polju ne deluje v smeri magnetnega polja temveč pravokotno na to smer. Poleg tega deluje ta sila le v primeru, če se naboj giblje (v električnem polju pa deluje električna sila tudi na mirujoč naboj). Sila je v skladu z enačbo (7.1) pravokotna na smer vektorja hitrosti in magnetnega polja.

**SLIKA: Smer vektorja magnetnega polja, hitrosti in sile. V homogenem polju bo delec rotiral po krožnici. Smer je odvisna od predzanaka naboja.**

<sup>1</sup> Velja poudariti, da je v formuli potrebno hitrost delca upoštevati kot hitrost relativno na opazovalca.

V primeru, da bo naelektrjen delec priletel v homogeno polje, ki je pravokotno na smer leta, bo rotiral okoli centra s pospeškom  $\vec{a} = \frac{Q}{m} \vec{v} \times \vec{B}$ . Radij rotacije dobimo z izenačenjem magnetne in

centrifugalne sile  $\frac{mv^2}{R} = QvB$ :

$$R = \frac{mv}{QB} \quad (7.2)$$

Ker deluje sila na delec pravokotno na vektor hitrosti delca, se delcu **ne** spreminja kinetična energija<sup>2</sup>.

**Primer:** Proton prileti s kinetično energijo 5 MeV v prostor homogenega magnetnega polja velikosti 1,5 mT, ki je pravokotno na smer priletelega delca. S kolikšno silo deluje nanj magnetno polje, kolikšen je radialni pospešek delca in kolikšen radij bi opisal v homogenem polju?

Izračun: Kinetična energija delca je  $W_k = \frac{mv^2}{2}$  in se jo v fiziki delcev pogosto obravnava z enoto eV (elektron-volt), ki ustreza energiji  $1,6 \cdot 10^{-19}$  J. Ker je masa protona (približno) enaka  $1,6 \cdot 10^{-27}$  kg, bo hitrost delca enaka  $v = \sqrt{\frac{2W_k}{m}} \cong 31,6 \cdot 10^6$  m/s. Sila bo enaka  $F_m = QvB \cong 7,6 \cdot 10^{-15}$  N. To je majhna sila vendar deluje na majhno maso, zato je kljub temu vpliv pomemben: radialni pospešek je enak:  $a = \frac{F_m}{m} \approx 4,7 \cdot 10^{-12}$  m/s<sup>2</sup>. Radij kroženja je  $R = \frac{mv}{QB} \cong 210$  m.

**Lorentzova sila.** Če na naboj deluje tako električno kot magnetno polje, je potrebno zapisati silo kot vsoto električne in magnetne sile:

$$\vec{F} = Q \cdot \vec{E} + Q \cdot \vec{v} \times \vec{B} \quad (7.3)$$

Temu zapisu rečemo tudi *Lorentzova sila*, ki bi v principu zadoščala za obravnavo električnih in magnetnih pojavov. Poznati bi morali porazdelitev nabojev, nato pa bi računali njihovo gibanje v prostoru, preprosto z reševanjem diferencialne enačbe  $m\vec{a} = Q\vec{E} + Q\vec{v} \times \vec{B}$ . V praksi je problem bolj kompleksen, saj je gibanje delcev v snovi zelo zapleteno. Je pa omenjen zapis primeren za obravnavo gibanja nabojev v vakuumu (zraku).

<sup>2</sup> Zopet drugače kot v električnem polju, kjer delec pospešuje v smeri polja in se mu povečuje hitrost in s tem kinetična energija.

Kako se giblje delec, če sta tako električno kot magnetno polje usmerjena v isto smer? Naboj pospešuje v smeri polja in rotira okoli Bja. Gibanje je torej helično.

**SLIKA: Gibanje delca v homogenem električnem in magnetnem polju: a)  $E$  v isti smeri kot  $B$ ,  $v = 0$ ; b)  $E$  v smeri  $v$ ,  $B$  pravokotno; c)  $E$  in  $B$  v isti smeri vendar pravokotno na  $v$ .**

Primer heličnega gibanja je tudi gibanje nabojev v zemeljskem magnetne polju, še posebno v pasovih povečanega magnetnega polja, ki je znan kot **Van Allenov radiacijski pas**. kjer se ionizirani delci iz vesolja ujamejo v magnetno polje zemlje. Ker se to polje zgoščuje v smeri proti poloma, se delci gibljejo helično z vedno večjo frekvenco proti polu vendar obenem opravljajo vedno manjšo pot. Na nekem delu se ustavijo in začnejo in začnejo krožiti v obratni smeri. Temu principu rečemo magnetno zrcalo. Delec je ujet v magnetno polje, čemur rečemo tudi magnetna steklenica. Ob povečani sončevi aktivnosti dodatno injicirani močno energetizirani elektroni in protoni v Van Allenovem radiacijskem pasu povzročijo spremembo električnega polja v področju odboja delcev, ki se namesto odboja usmerijo proti zemeljski površini. Pri tem trkajo v atome in molekule zraka, ki ob trkih sevajo svetlobo. Ta svetloba ustvarja sij, ki ga poznamo kot severni sij (aurora borealis). Poznamo tudi južni sij (aurora australis).

**SLIKA: Gibanje delcev v Van Allenovem radiacijskem pasu.**

**Pomembnejši primeri odklanjanja delcev:**

- Katodna cev.
- Ciklotron
- Masni spektroskop
- Fuzijski reaktor

- Odklanjanje delcev v magnetnem polju zemlje

### APLIKACIJA: KATODNA CEV

Katodna cev je steklena cev z zmanjšanim tlakom v notranjosti. V njej je katoda, ki je izpostavljena močnemu električnemu polju in je primerno segreta, da iz nje z lahkoto izhajajo elektroni. Ti potujejo v smeri električnega polja, ki ga ustvarimo z virom visoke napetosti (več kV). V sredini anode je luknjica, ki prepušča elektrone in jih v bistvu fokusira. Elektroni nadaljujejo pot proti fluorescentnemu zaslonu, med potjo pa preletijo prečno električno in magnetno polje, ki ga ustvarjajo kondenzatorji in tuljave. Ti s svojim poljem omogočajo usmerjanje (curka) elektronov in s tem risanje slike po zaslonu.

**Primer:** V polju z napetostjo med anodo in katodo 2 kV pospešimo elektron do končne hitrosti. Nato prileti v sredino med ravni plošči, kjer je v prečni smeri homogeno električno polje 10 kV/m. Dolžina elektrod je  $L=10$  cm. Kolikšen je odklon elektrona na dolžini elektrod? Nariši še potrebno smer polja?

Odklanjajo jih s pospeškom  $a_y = \frac{F}{m} = \frac{QE}{m}$ , torej bo hitrost  $v_y = a \cdot t$  in pot v smeri polja

$y = \frac{1}{2} a \cdot t^2$ , v smeri zaslona pa  $L = v_x \cdot t$ . Odklon je torej enak  $y = \frac{QE L^2}{2mv_x^2}$ . Če hitrost v smeri x-a

določimo iz izenačenja kinetične in potencialne energije  $\frac{mv_x^2}{2} = QU \Rightarrow v_x^2 = \frac{2QU}{m}$  in dobimo

$$y = \frac{EL^2}{4U} \cdot y = \frac{2 \cdot 10^3 \text{ V/m} \cdot (0,1\text{m})^2}{4 \cdot 2 \cdot 10^3 \text{ V}} = 2,5 \text{ mm}.$$

### POMEMBNI ODKRITJI: OBSTOJ ELEKTRONA IN DOLOČITEV NABOJA ELEKTRONA

S podobnim eksperimentom je leta 1897 **J. J. Thomson** na univerzi v Cambridge(u) dokazal obstoj elektronov. Če upoštevamo še silo, ki jo ustvarjamo z magnetnim poljem, dosežemo ravnotežje sil,

ko velja  $QE = QvB$ , od koder je  $v = \frac{E}{B}$ . Iz razmerja sil (električne poljske jakosti in gostote magnetnega pretoka) lahko določimo hitrost delca, kar pa lahko določimo tudi iz odklona. Torej lahko iz odklona delca in znanega električnega in magnetnega polja določimo razmerje med maso in nabojem, kar je naredil JJ Thomson:

$\frac{m}{Q} = \frac{B^2 L^2}{2yE}$ . S tem je uspel dognati osnovne značilnosti elektrona, osnovnega naboja, zato se ta

eksperiment obravnava kot odkritje elektrona. Ker ni natančno poznal mase elektrona, iz poskusa ni mogel določiti velikosti osnovnega naboja. Prvo natančnejšo vrednost za velikost osnovnega naboja je postavil **Robert A. Millikan** leta 1910-1913 s svojim znamenitim poskusom s kapljicami olja v električnem polju (Nobelova nagrada 1923).

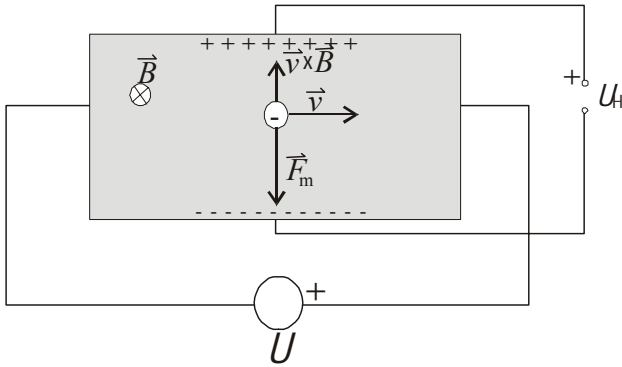
## POMEMBNO ODKRITJE: HALLOV POJAV

**Keywords: Hall effect**

[http://en.wikipedia.org/wiki/Hall\\_effect](http://en.wikipedia.org/wiki/Hall_effect)

<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/magnetic/hall.html>

[http://www.tf.uni-kiel.de/matwis/amat/mw2\\_ge/kap\\_2/backbone/r2\\_1\\_3.html](http://www.tf.uni-kiel.de/matwis/amat/mw2_ge/kap_2/backbone/r2_1_3.html)



Ali se odklonijo tudi naboji v prevodniku, če je le ta izpostavljen magnetnemu polju. Odgovor je pozitiven in prvi ga je dokazal **Edvin H Hall** leta 1879, takrat še 24 letni absolvent univerze Johns Hopkins. Elektroni v prevodniku potujejo s hitrostjo drifta, ki jo poznamo iz tokovnega polja, kjer je gostota toka  $J = \rho v_d$ .  $\rho$  je

volumska gostota naboja. Na te naboje v prečnem magnetnem polju deluje sila  $F_m = QvB$  in povzroči rotiranje in kopičenje elektronov proti eni strani prevodne ploščice. Na drugi strani hkrati nastane pomanjkanje elektronov oziroma kopičenje pozitivnega naboja. Prečno na tok v vodniku se torej vzpostavi električno polje in s tem napetost, ki je sicer običajno majhna pa še vedno merljiva (velikosti  $\mu\text{V}$ ). Ker mora nastopiti ravnovesje med električno in magnetno silo velja  $QE = QvB$ , od

koder je *Hallova napetost*  $U_H = Ew = vBw = \frac{J}{\rho} Bw = \frac{I}{wd} Bw = \frac{IB}{\rho d}$ , kjer je  $w$  širina traku,  $d$  pa

debelina. Iz Hallove napetosti lahko določimo hitrost drifta nabojev ali gostoto nabojev, najpogosteje pa se Hallova napetost uporablja za merjenje gostote magnetnega pretoka. Pri tem se

običajno uporablja kar formula  $U_H = R_H \cdot \frac{IB}{d}$ , kjer se  $R_H$  imenuje *Hallov koeficient*. Iz izraza

vidimo, da je Hallova napetost inverzno proporcionalna koncentraciji prostega naboja. Zato so za realizacijo Hallovega senzorja bolj primerni polprevodniški materiali. Običajno so nosilci naboja elektroni, tedaj dobimo polariteto Hallove napetosti kot je prikazano na skici. Če pa je polprevodnik tipa p, v njem prevajajo vrzeli (pomanjkanje elektronov), kar se odraža v spremembi predznaka Hallove napetosti. Hallov senzor je realiziran s polprevodniško tehnologijo, ki omogoča miniaturizacijo in natančno določitev dopiranja (dodajanja primesi) polprevodnika, točk zajema napetosti, v modernejši izvedbi pa tudi realizacijo z vgrajenim tokovnim virom in ojačevalcem Hallove napetosti.

**SLIKA: Eksperiment s Hallovim efektom.****APLIKACIJA: MERJENJE MAGNETNEGA POLJA S HALLOVIM EFEKTOM**

Ena najpogostejših uporab Hallovega efekta je merjenje gostote magnetnega pretoka. Pri realizaciji je pomembno zagotoviti čim bolj natančen tokovni vir, kar dandanes omogoča integracija Hallovega elementa z ostalimi elektronskimi elementi v čipu.

Večina tokovnih klešč vsebuje Hallov senzor, najdemo ga v elektronskih kompasih, za merjenje pomikov, rotacije, itd.

**SLIKA: Čip senzorja s teslametrom.**

**Primer:** Določite Hallovo napetost, če je prečno na  $d = 0,5$  mm debel bakreni trak s tokom 50 A magnetno polje gostote 2 T. Koncentracija nosilcev naboja je  $n = 8,4 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$ .

Izračun: Velja  $\rho = Q_e \cdot n = 13,44 \cdot 10^9 \text{ C/m}^3$  in zato

$$U_H = E_w = vBw = \frac{J}{\rho} Bw = \frac{I/(wd)}{\rho} Bw = \frac{IB}{\rho d} \cong 15 \mu\text{V} .$$

\* **DODATNO:** merjenje Hallove napetosti na isti strani lističa.

Ni nujno, da merimo napetost med nasprotnima točkama traku. Upoštevati moramo, da naboji ne potujejo le pod vplivom magnetne sile, pač pa tudi zaradi vzdolžne električne sile. Vzdolžno polje

je  $E_{\text{vzdolž}} = \frac{J}{\sigma} = \frac{I}{\sigma dt}$ . Izraz za prečno silo smo že zapisali in je enak  $E_{\text{prečno}} = \frac{IB}{\rho dt}$ , torej bo razmerje

med prečnim in vzdolžnim poljem  $\frac{E_{prečno}}{E_{vzdolžno}} = \frac{\sigma}{\rho} B$ . V primeru bakra ( $\sigma = 5,7 \cdot 10^7 \text{ S/m}$ ) dobimo razmerje enako  $8,5 \cdot 10^{-3}$  oziroma kot  $0,5$  stopinj. Enako Hallovo napetost bi izmerili, če bi bili merilni točki na isti strani vendar zamaknjeni za ta kot.

Obstajajo tudi bolj občutljivi merilniki magnetnega polja. Na primer taki, ki delujejo na principu spreminjanja upornosti pri vzpostavitvi magnetnega polja. Senzorji takega tipa se na primer uporabljajo kot tipala v diskih.

### ODKRITJE IN APLIKACIJA: CIKLOTRON

Je naprava za pospeševanje nabitih delcev s pomočjo magnetnega polja. No, samo magnetno polje ne more biti dovolj, saj delec v magnetnem polju ne pospešuje (razen tega, da ima radialni a konstanten pospešek). Dodaten efekt pospeševanja dosežemo tako, da znotraj rotacije delec preleti kratko razdaljo v električnem polju, ki delcu doda hitrost in s tem kinetično energijo. Delcu se nekoliko poveča tudi radij kroženja  $R = \frac{mv}{QB}$ . Tako se delcu ob vsaki rotaciji nekoliko poveča hitrost, energija in radij kroženja do dokončnega izstopa iz polja. Pomembno je, da se pri kroženju ne spreminja frekvenca kroženja, saj je  $v = \omega R$  in zato  $\omega = \frac{QB}{m}$ . S to frekvenco deluje tudi vzbujevalno električno polje.

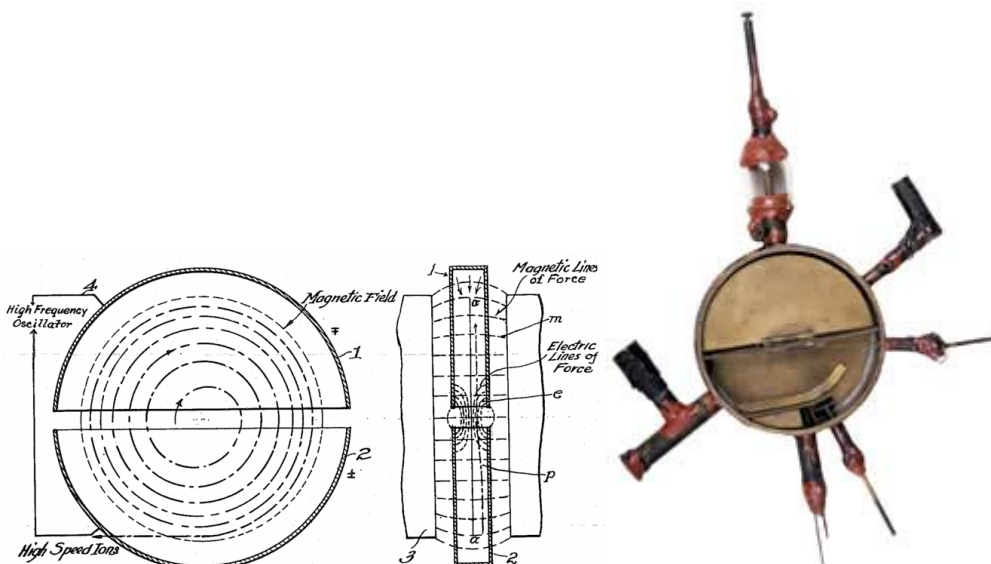
Za večje energije delcev (več kot 50 MeV) ciklotron ni več primeren, saj je potrebno upoštevati, da se hitrost delca približuje hitrosti svetlobe in se ne povečuje več linearno. V namene pospeševanja do večjih energij je potrebno uporabiti npr. sinhrotrone, ki so bistveno večji (radij kilometer ali več) in sproti korigirajo smer delcev z električnim in magnetnim poljem.







**SLIKA: Levo: Zgradba ciklotrona iz dveh D-jev (nasproti obrnjenih črk D). Desno: največji ciklotron na svetu: TRIUMPH (University of British Columbia, Kanada) pospeši H- ione do energije 520 MeV. Je premera 18 m, težek 18 ton, znotraj je polje 0,46 T, delce pa pospešuje napetostni vir 186 kV pri frekvenci 23 MHz (Wikipedia).**



**SLIKA: Levo: slika delovanja ciklotrona iz patenta US1948384, avtor Ernest O. Lawrence. Desno: prvi delujoči ciklotron iz University of California.**

**Internet:** <http://www.lbl.gov/Science-Articles/Archive/early-years.html>  
<http://bancroft.berkeley.edu/Exhibits/physics/bigscience02.html>  
[http://nobelprize.org/nobel\\_prizes/physics/articles/kullander/index.html](http://nobelprize.org/nobel_prizes/physics/articles/kullander/index.html)  
<http://en.wikipedia.org/wiki/Cyclotron>

**APLIKACIJA: MASNI SPEKTROGRAF**

Je naprava, ki s pridom uporablja efekt odklanjanja nabitih delcev v magnetnem polju. Delce z znano hitrostjo usmerimo v področje s homogenim poljem, kjer začnejo krožiti. Na izhodu iz področja s poljem je fotografski film ali detektor, ki zazna prilet naboja. Iz znane začetne hitrosti in polmera poti delca lahko določimo maso delca in s tem sam delec.

**Primer:** Ion z nabojem  $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  in maso  $5,2 \cdot 10^{-20} \text{ kg}$  pospešimo v električnem polju s potencialno razliko 1 kV, nakar vstopi v področje homogenega magnetnega polja 80 mT, ki je prečno na smer leta iona. Na kolikšni razdalji od vhodne točke v polje delec prileti v zaslon, če je zaslon od vstopne točke oddaljen za 25 cm?

Izračun: Hitrost delca pri vstopu v polje določimo iz izenačenja kinetične in potencialne energije

$$\frac{mv^2}{2} = QU, \text{ od koder je hitrost delca ob vstopu v polje enaka } v = \sqrt{\frac{2QU}{m}} \cong 78,44 \text{ m/s, radij kroženja}$$

$$\text{pa } R = \frac{mv}{QB} \cong 319 \text{ m. Ker velja } l = R \cdot \sin \theta \Rightarrow \theta = 44,9 \cdot 10^{-3} \text{° in } y = R - R \cos(\theta) \cong 98 \mu\text{m}$$

**SLIKA: Odklanjanje v polju.****NARAVNI POJAV: Odklanjanje delcev v magnetnem polju zemlje**

Ta pojav je izredno zanimiv, saj ima za posledico enega od najlepših naravnih pojavov – severni sij. Predstavljajmo si magnetno polje zemlje kot polje tokovne zanke- magnetne dipolnega momenta. To polje ni homogeno in se zgoščuje proti poloma. (Geografski in geomagnetni pol nista na istem mestu, os je zamaknjena za kot  $11^\circ$ ). Ko delec prileti v tako polje pod določenim kotom začne rotirati. Hitrost delca lahko razdelimo v tisto, ki je vzporedna s poljem in tisto, ki je pravokotna na polje. Radij rotacije je odvisen le od pravokotne komponente hitrosti vendar se manjša zaradi večanja polja, večja pa se mu frekvenca rotacije. Obenem se mu manjša razdalja na eno rotacijo. Ta razdalja se lahko zmanjša na nič in delec se obrne in začne potovati v nasprotni smeri. Ta efekt imenujemo efekt zrcaljenja (magnetno zrcalo). Delci torej potujejo od enega pola do drugega, kot bi bili ujeti v steklenico. Temu tudi rečemo magnetna steklenica. Znan je t.i. Van Allenov pas, kjer poteka omenjeni proces. Potrebno je še povedati, da je magnetno polje zemlje spremenjeno zaradi vpliva t.i. sončnega vetra, ki je v bistvu tok naelektrenih delcev. Ko pride do

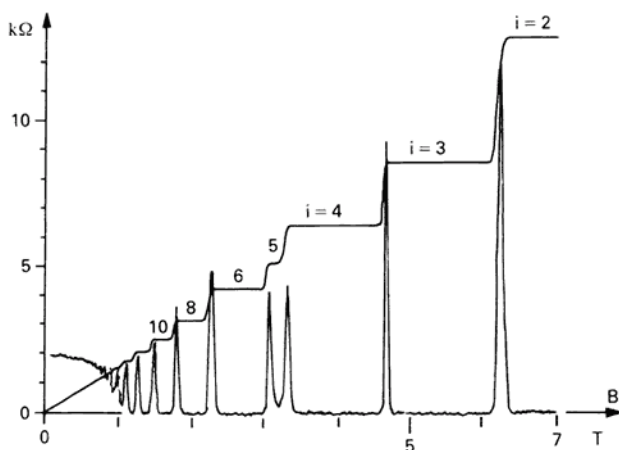
posebno močnih erupcij na soncu, posebno močan fluks visoko energijskih delcev vstopi v področje severnega in južnega pola in povzroča sevanje, ko ti delci trčijo v kisikove in dušikove atome. Princip magnetne steklenice se uporablja tudi pri nuklearni fuziji, kjer se želi visoko energijske delce obdržati stran od stene, ki bi jo sicer zaradi visoke temperature stalili.

#### \* **DODATNO:** RELATIVISTIČEN POGLED NA GIBANJE DELCEV

Spoznali smo, da lahko gibanje nabojev opišemo z Lorentzovo silo  $\vec{F} = Q\vec{E} + Q\vec{v} \times \vec{B}$ . Problem razumevanja te sile lahko nastane, če na ta zapis gledamo iz različnih prostorov – koordinatnih sistemov. Lorentz se je s temi vprašanji ubadal in prišel zelo blizu teoriji, ki je dandanes poznana kot teorija relativnosti. Einstein pa jo je opisal v svojem znamenitem delu iz leta 1905 z naslovom »O elektrodinamiki telesa v gibanju«. Govori o tem, da mora veljati relativistična invariantnost vsake teorije. Tudi elektromagnetne. Torej morajo veljati enaki zakoni v kakršnem koli koordinatnem sistemu. S klasičnim razumevanjem Lorentzove sile tako lahko pridemo v težave v primeru, ko se tudi koordinatni sistem premika z enako hitrostjo kot naboj. Običajno je lažje razmišljati na način, da se opazovalec (mi) giblje obenem z nabojem. Glede na opazovalca naboj miruje in nanj ne more delovati magnetna sila, saj je zanj potrebno, da se delec giblje. Za zunanjšega opazovalca, recimo mu O2, ki pa se ne giblje in vidi gibanje naboja in prvega opazovalca (O1), pa na naboj deluje sila. Ker ne more biti, da v enem primeru na naboj deluje sila, v drugem pa ne (zahteva po invariantnosti) je rešitev v t.i. Lorentzovi transformaciji, ki upošteva gibanje različnih koordinatnih sistemov. V konkretnem primeru lahko zaplet rešimo tako, da premikajoči opazovalec tudi opazi silo na naboj, ki pa ne bo magnetna temveč električna. Enaka bo  $vB$ , kjer je  $v$  (skupna) hitrost gibanja. Iz tega vidimo, da sta električno in magnetno polje neposredno povezana. Kaj pa, če se koordinatni sistem giblje z drugo hitrostjo, recimo  $u$ , delec pa s hitrostjo  $v$ . Tedaj lahko pišemo  $\vec{F}'' = Q\vec{E}'' + Q(\vec{v} - \vec{u}) \times \vec{B}''$ . Z enakim razmislekom kot prej dobimo  $F'' = QuB + Q(v-u)(B) = QvB$ . Zopet enak rezultat in potrditev invariantnosti. Torej opazovalec, ki se giblje z različno hitrostjo kot delec »vidi« dve polji, tako električno kot magnetno, ki pa se delno med sabo izničita in rezultirata v enaki obliki kot prej. (povzeto po I Galili, D. Kaplan: »Changing approach to teaching electromagnetism in a conceptually oriented introductory physics course«, Am.J.Phys 65 (7), July 1997.)

**ODKRITJE: Kvantni Hallov efekt.**

Leta 1980 je nemški fizik Klaus von Klitzing odkril (Nobelova nagrada za leto 1985), da se Hallova upornost ne spreminja zvezno s spremembo magnetnega polja pač pa skokovito in da ti skoki nastopajo pri upornostih, ki niso odvisne od lastnosti materialov pač pa od določene kombinacije osnovnih fizikalnih konstant deljenih s celim številom. Ugotovil je torej, da je tudi upornost kvantizirana. Pri teh upornostih »običajna« Ohmska upornost izostane in material postane superprevoden. Hallova prevodnost je s kvantnim Hallovim efektom določena z enačbo  $\sigma = n \frac{Q_e^2}{h}$ , kjer je  $n$  celo število,  $Q_e$  naboj elektrona in  $h$  Plankova konstanta ( $6,626 \cdot 10^{-34}$  J s) in je izredno natančno določena, tako, da je tudi sprejeta kot merilo za upornost ( $\frac{h}{Q_e^2}$  je približno 25 812,8 ohmov, [http://en.wikipedia.org/wiki/Fractional\\_quantum\\_Hall\\_effect](http://en.wikipedia.org/wiki/Fractional_quantum_Hall_effect)).



**SLIKA: Skokovito spreminjanje upornosti z magnetnim poljem.**

([http://nobelprize.org/nobel\\_prizes/physics/laureates/1998/press.html](http://nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1998/press.html), K. von Klitzing, G. Dorda, and M. Pepper, Phys. Rev. Lett. 45, 494, 1980).

**PPT PRIKAZ: CIKLOTRONI, SIHHROTRONI IN MASNI SPEKTROGRAFI**

**PPT PRIKAZ: HALLOV EFEKT IN UPORABA TER DRUGI EFEKTI (GMR, ...)**

**POVZETEK:**

- 1) Sila na naboj v električnem polju je  $\vec{F}_e = Q\vec{E}$ . Gibanje delca določa enačba  $m\vec{a} = Q\vec{E}$ . Gibanje je v pospešeno, v smeri polja, delcu se povečuje kinetična, zmanjšuje pa potencialna energija. Kinetična energija je  $\frac{mv^2}{2}$ , potencialna pa  $QV$ .
- 2) Sila na naboj v magnetnem polju je  $\vec{F}_m = Q\vec{v} \times \vec{B}$ . Sila deluje le na gibajoči naboj, usmerjena pa je pravokotno na ravnino, ki jo določata vektorja hitrosti in polja. Naboj v magnetnem polju rotira, polmer rotacije je  $R = \frac{mv}{QB}$ . Smer rotacije odvisna od predznaka naboja. Hitrost naboja ostaja pri rotaciji ista, zato se mu ne spreminja kinetična energija.
- 3) V električnem in magnetnem polju je potrebno upoštevati obe sili, dobimo  $\vec{F} = Q\vec{E} + Q\vec{v} \times \vec{B}$ . Ta zapis imenujemo Lorentzova sila.

**Primeri kolokvijskih in izpitnih nalog:**

1. kolokvij, 11. april 2005

1. kolokvij, 17.4.2002

1. kolokvij, 4. maj 2006

1. kolokvij, 3. maj 2004

1. kolokvij, 17.4.2002

izpit, 19. januar 2006

izpit, 8. aprila 2002

izpit, 29. januar 2007

Izpit, 20. aprila 2005