

AMPEROV ZAKON (3)

Naslednje pomembno odkritje Ampera je t.i. Amperov zakon, ki ga zapišemo na sledeči način:

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I \quad (3.1)$$

oziroma z besedami: integral gostote magnetnega pretoka po ZAKLJUČENI POTI (zanki) je sorazmeren toku, ki ga oklepa zanka. Integrirati je potrebno le tisto komponento polja, ki je v smeri poti integracije – to nam pove skalarni produkt. Včasih ta zakon imenujemo tudi zakon vrtničnosti polja, saj je vrednost takega integrala različna od nič le, če je polje vrtnično.

(Koliko je bil v elektrostatiki $\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l}$? Kaj to pomeni v primerjavi z Amperovim zakonom?)

SLIKA: Zanka v magnetnem polju. Integral komponente magnetnega polja v smeri zanke je sorazmeren toku, ki ga zanka oklepa.

Amperov zakon je en osnovnih zakonov elektromagnetike. V nekoliko preoblikovani (bolj splošni obliki) je znan tudi kot ena od štirih Maxwellovih enačb. Te v celoti popisujejo elektromagnetno polje.

Primer: Poglejmo, če zakon velja premi tokovodnik, ki ga obkrožimo z zanko v obliki krožnice. (SKICA) Polje po poti krožnice je konstantno in kaže v isti smeri kot $d\vec{l}$, torej velja

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = B \int_0^{2\pi} dl = B \cdot 2\pi R = \mu_0 I. \text{ Iz enačbe sledi } B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}.$$

Dobimo enak rezultat za polje v okolici tokovne premice kot z uporabo Biot-Savartovega zakona.

SLIKA: Integracija polja po krožnici v sredini katere je premi tokovodnik.

Kaj pa, če vzamemo drugačno obliko zanke? Dobimo zopet enak rezultat, saj če B ni v smeri dl -a, B vedno kaže v smeri kota (SKICA) in se manjša z razdaljo od premice, dl pa lahko razstavimo na komponento v smeri B ja (kota) in pravokotno. Dobimo

$$\begin{aligned}\vec{B} \cdot d\vec{l} &= \vec{e}_\varphi B(r) \cdot dl \left(\vec{e}_\varphi \cos(\theta) + \vec{e}_r \sin(\theta) \right) = \\ &= B(r) \cdot dl \cdot \cos(\theta) = B(r) \cdot r \cdot d\varphi\end{aligned}$$

Z integracijo pridemo do enakega rezultata kot zgoraj. Kar pomeni, da je neodvisno od oblike zanke po kateri izvajamo integracijo rezultat integracije B ja v smeri zanke vedno enak:

Oklenjen tok pomnožen s permeabilnostjo vakuumu.

SLIKA: Integracija polja po krožnici znotraj katere je premi tokovodnik.

Primer 2 in 3: Določite $\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l}$ za določene konfiguracije vodnikov in zank ...

SLIKA: Zanka in vodniki.

Amperov zakon, kot smo ga zapisali, ne velja popolnoma splošno, saj obstajajo materiali (magneti), kjer nimamo vzbujalnih tokov, pa vendar je B različen od nič in je vrtinčen. Zakon, kot smo ga spoznali danes bomo v nadaljevanju nekoliko dopolnili, da bo veljala tudi za take primere.

Za analitičen izračun polja v poljubnih strukturah je uporaba Amperovega zakona pogosto neprimerna, saj iščemo neznanu veličino znotraj integrala. Uporaba tega zakona za izračun polja je posebno primerna le tedaj, ko imamo neko simetrično porazdelitev toka: tipični primeri so:

- Zunanost in notranost ravnega vodnika
- Dolga ravna tuljava – solenoid
- Toriod pravokotnega preseka – eksaktno (auditorne vaje)
- Toroid okroglega preseka – približno
- Tokovna obloga

Primer 3: Pokaži uporabo Amperovega zakona za določitev gostote magnetnega pretoka polnega vodnika.

Izračun: Z upoštevanjem Amperovega zakona dobimo $B \cdot 2\pi r = \mu_0 J A(r)$, sledi

$$B \cdot 2\pi r = \frac{\mu_0 I}{\pi R^2} \pi r^2 \quad \text{in} \quad \boxed{B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} r}$$

Polje narašča linearno z oddaljevanjem od središča vodnika. Izven vodnika upada kot

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Pomembna razlika med elektrostatičnim električnim poljem in magnetostatičnim magnetnim poljem je že ta, da pri elektrostatici električnega polja znotraj prevodnika ni, magnetno polje v tokovodniku pa je.

SLIKA: Polni vodnik.

Primer 4: Določimo gostoto magnetnega pretoka v solenoidu in toroidu.

Izračun: Zapišemo $B \cdot l + 0 + 0 + 0 = \mu_0 K \cdot l$
 $B = \mu_0 K$

Rezultat za polje solenoida je $\boxed{B = \frac{\mu_0 NI}{l}}$

Rezultat za polje toroida je enak, le da je l obseg: $\boxed{B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}}$

SLIKA: Solenoid in toroid.

Primer 5: Določimo gostoto magnetnega pretoka tokovne obloge. Tokovna obloga je tok

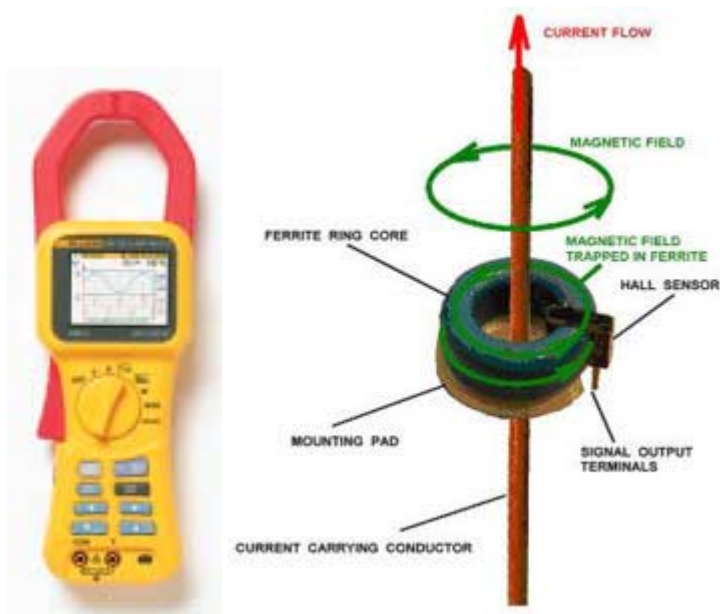
vzdolž tankega vodnika na enoto prečne dolžine: $K = \frac{I}{l}$. Enota je A/m.

Izračun: Zapišemo: $B \cdot l + 0 + B \cdot l + 0 = \mu_0 K \cdot l$. Rezultat je $\boxed{B = \frac{\mu_0 K}{2}}$. Smer je vzdolž tokovne

obloge, smer polja določimo tako, kot da bi imeli opravka s tokovno premico nad točko.

SLIKA: Polje v okolici tokovne obloge je konstantno. Smer je vzporedna s površino.

APLIKACIJA: TOKOVNE KLEŠČE



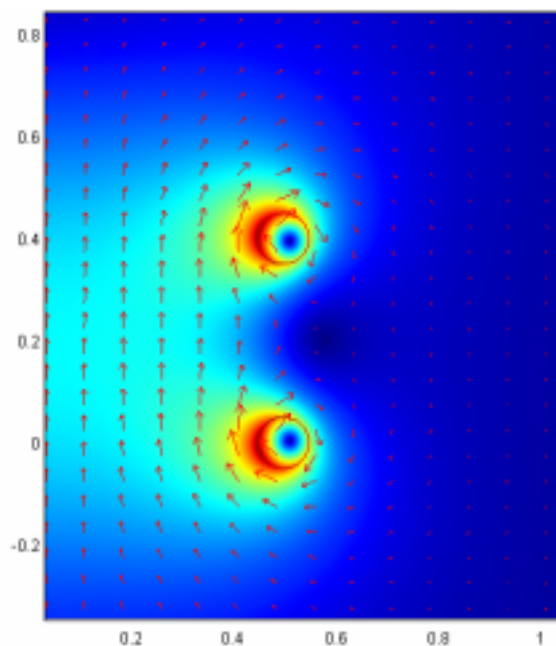
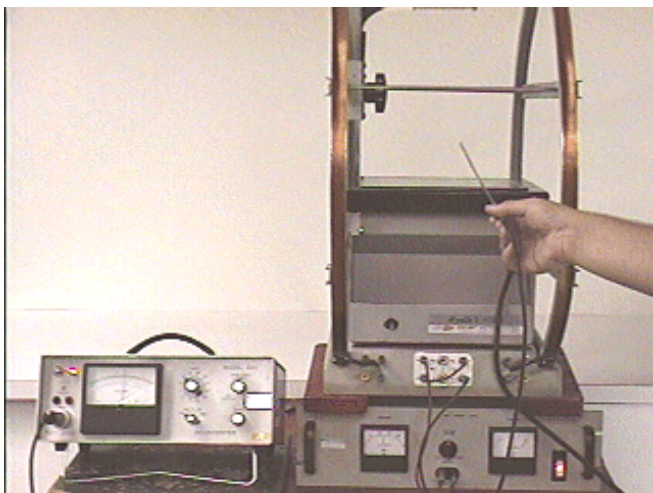
SLIKA: Inštrumenti za merjenje toka uporabljajo princip Ameprovega zakona za merjenje toka s pomočjo merjenja magnetnega polja. Levo: Nekoliko bolj »napreden» inštrument s tokovnimi kleščami uporablja za merjenje Hallov element (Fluke 345) .

Desno: Hallov element integriran v feritni obroček za merjenje toka.

(<http://www.ayainstruments.com/applications3.html>, http://www.kew-ltd.co.jp/en/support/mame_02.html, http://en.wikipedia.org/wiki/Hall_effect)

POVZETEK:

- 1) Integral gostote magnetnega pretoka v smeri poljubno izbrane zaključene poti (zanke) je sorazmeren toku, ki ga zanka oklepa ali z enačbo: $\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$. Ta zapis imenujemo Amperov zakon.
- 2) Predznak zaobjetega toka je odvisen od smeri integracije v zanki in smeri toka v vodniku, ki ga zanka obkroža. Predznak je pozitiven, če predpostavimo, da smer zanke predstavlja smer toka v zanki in je polje te zanke na mestu vodnika s tokom enaka kot smer toka v vodniku. (SKICA)
- 3) S pomočjo Amperovega zakona smo določili približne izraze za polje v sredini solenoida in toroida. Rezultat je $B = \frac{\mu_0 NI}{l}$, kjer je l dolžina tuljave, oziroma dolžina srednje poti v toroidu.
- 4) S pomočjo Amperovega zakona smo zapisali polje tokovne obloge, kjer tok opišemo s površinsko gostoto toka K [A/m]. Dobimo $B = \frac{\mu_0 K}{2}$. Polje je prečno na smer toka, smer določimo enako kot smer B_{ja} okoli vodnika.
- 5) V elektrostatiki smo imeli $\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$ in smo rekli, da je tako polje potencialno. Posledica tega namreč je, da lahko E zapišemo kot gradient potenciala. Kot vidimo, je magnetno polje drugačno, lahko rečemo daje polje rotacijsko ali vrtinčno.
- 6) Kasneje bomo obravnavali še razširjeno obliko Amperovega zakona, ki predstavlja eno od Maxwellovih enačb. Za osnovo ima zapisano obliko, ki pa je spremenjena v toliko, da upošteva tudi toke zaradi magnetizacije snovi ter toke časovno spreminjajočega se električnega polja.



SLIKA: Na desni je primer prikaza polja v okolici dveh zank (Helmholtzov par), kjer je prikazano le polje za polovico zanke. Celotno polje bi dobili z rotacijo okoli leve stranice. Opazimo lahko precejšnjo homogenost polja v osi tuljav. Na levi je primer merjenja polja v sredini Helmholtzovega para.

Primeri izpitnih in kolokvijskih nalog:

- 1. kolokvij , 17.4.2002
- 1. kolokvij, 3. maj 2004
- izpit, 20. junij 2001
- Prvi kolokvij OE II 23.04 2002