

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I s programom MATLAB (ver. 2.1)

Dejan Križaj

Laboratorij za bioelektromagnetiko, Fakulteta za elektrotehniko, Univerza v
Ljubljani, Tržaška 25, 1000 Ljubljana

Email: dejan.krizaj@fe.uni-lj.si

Ljubljana, 2004

http://lbm.fe.uni-lj.si/dejan/OE/MATLAB/Mlab_oe1.html

POGLAVJA:

UVOD

1. Elektrina (naboj), sila med elektrinami

2. Sila na točkaste elektrine - Coulombov zakon

3. Električna poljska jakost

4. Potencial, napetost

5. Dielektriki, mejni pogoji

6. Energija elektrostatčnega polja

Literatura

UVOD

Pri študiju elektrotehnike (in ostalih ved naravoslovja) se pogosto srečamo s problemom računanja in vizualizacije rezultatov. Pri tem so nam lahko v veliko pomoč različni programski paketi, med katerimi se v tehniških vedah zelo pogosto uporablja program Matlab. Matlab je posebno primeren za reševanje matričnih zapisov enačb, ki pri elektrotehniki zelo pogosto nastopajo. Uvede nas tudi v način preprostega programiranja, ki nam olajša prehod na programiranje v bolj zahtevnih programskih jezikih.

Program Matlab se vedno bolj pogosto uporablja tudi v višjih letnikih študija na Fakulteti za elektrotehniko, zato je zgodnje seznanjanje s programom koristno tudi za nadaljnji študij.

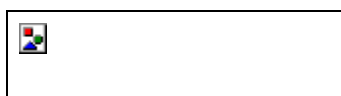
V tekstu so opisani primeri nalog, ki predstavljajo del snovi, ki se obravnava v okviru predmeta Osnove elektrotehnike I na univerzitetnem študiju na Fakulteti za elektrotehniko. Namen tega dela ni obravnavati celotno učno snov, pač pa s pomočjo rešenih primerov prikazati osnovne možnosti uporabe programa Matlab.

Vse primere lahko enostavno označimo in kopiramo v okolje Matlab, ter poljubno spreminjamo parametre in dopolnjujemo način izpisa in izrisa.

1. Elektrina (naboj), sila med elektrinami

Elektrina je kvantizirana. Osnovna elektrina (naboj) elektrona je $q_0 = -1,609 \cdot 10^{-19}$ As. Enota za elektrino je [A.s]=[C].

Sila med elektrinami je proporcionalna produktu velikosti elektrin in nasprotno proporcionalna kvadratu razdalje med elektrinami.



Konstanta proporcionalnosti je

Naloga 1.1: Jedro atoma železa ima radij $4 \cdot 10^{-15}$ m in vsebuje 26 protonov. Kolikšna je elektrostaticna sila med dvema protonoma, ki sta razmaknjena za $4 \cdot 10^{-15}$ m?

```
% Izracun sile med elektrinami. Znak za komentar je %  
%  
q0=1.609e-19  
  
% ce stavka ne zakljucimo s podpicjem (;) se izpise  
sprotan rezultat  
  
k=9e9;  
  
r=4e-15;  
  
F=k*q0^2/r^2; %izracun  
  
strF=num2str(F); %pretvorba v string  
  
disp(['Sila je ' strF ' N']); %izpis  
  
q0 = 1.6090e-019  
  
Sila je 14.5625 N
```

Vprašanja:

- Ali je ta sila odbojna ali privlačna?
- Kolikšna je elektrostaticna sila v primerjavi z gravitacijsko silo med protonoma?
($g = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$, $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$)
- (Zakaj se jedro železa ne razleti?)

Naloga 1.2: Kolikšna je elektrostaticna sila med natrijevim ionom (Na^+ elektrina $+q_0$) in klorovim ionom (Cl^- , elektrina $-q_0$) v kristalu soli, ce sta iona razmaknjena za $2.82 \cdot 10^{-10}$ m?

Naloga 1.3: Dva identicna iona, razmaknjena za $5 \cdot 10^{-10}$ m, se odbijata s silo $3,7 \cdot 10^{-9}$ N. Kolikšna je elektrina vsakega od ionov? Koliko elektronov "manjka" (je prevec), da bi bila iona nevtralna?

2. Sila na točkaste elektrine- Coulombov zakon

Sila med elektrinama je usmerjena vzdolž premice na kateri se nahajata elektrini. Spreminja se inverzno proporcionalno s kvadratom razdalje med elektrinama in je proporcionalna velikosti obeh elektrin: Sila na elektrino Q_2 je:



kjer je \hat{r}_{21} enotin vektor v smeri od elektrine Q_1 do Q_2 . Če je elektrin več, je sila na elektrino (vektorska) vsota prispevkov posameznih elektrin (superpozicija!).

Naloga 2.1: Elektrina $Q_1=2 \mu C$ se nahaja v središču koordinatnega sistema $P_1(0,0,0)m$. S kolikšno silo deluje na elektrino $Q_2=-3 \mu C$, ki se nahaja v točki $P_2(1,3,2) cm$?

Namen: Seznanitev z vektorskim računom ter izračun sile na elektrino v poljubni točki.

MLAB: Vrsticni vektor zapišemo tako, da nizamo komponente vektorja v oglatem oklepaju ($r_1=[0, 0, 0]$). Absolutno vrednost vektorja dobimo tako, da skalarno pomnožimo vektor s samim seboj ($Abs_r_{21}=\sqrt{r_{21}*r_{21}}$). Potrebno je biti pozoren na to, da je v MATLABU potrebno množiti vektor s transponiranim vektorjem, ki ga označuje zgornji apostrof (').

```
Q1=2e-6; %  
  
Q2=-3e-6 % ce vrstice ne zakljucimo z znakom";", se  
izpiše rezultat  
  
e0=8.854e-12; % dielektricnost vakuuma  
  
k=1/(4*pi*e0);  
  
Q2 =  
  
-3.0000e-006 % izpis rezultata  
  
r1=[0, 0, 0]; %vrsticni vektor  
  
r2=[1,3,2]*1e-2;  
  
r21=r2-r1; % vektor, ki kaže od vektorja r1 proti vektorju r2  
oz. iz izhodišča v točko P2
```

```

Abs_r21=sqrt(r21*r21'); % absolutna vrednost
vektorja r21 dobimo z množenjem vektorja r21 s
transponiranim vektorjem r21'

er21=r21/Abs_r21 % normalni vektorj v smeri r21

er21 =

0.2673 0.8018 0.5345

F21=k*Q1*Q2*er21/Abs_r21^2 % sila na elektrino Q2

Abs_F21=sqrt(F21*F21')

Abs_F21 =

38.5189

F21 =

-10.2946 -30.8838 -20.5892

```

Vprašanja:

- V katero smer kaže sila na elektrino?
- V kateri smeri je največja sila?
- Koliko je absolutna vrednost sile (enote!)?
- Koliko prostih elektronov vsebujeta Q1 in Q2?
- Kolišna je sila v smeri vektorja $d=(1,2,0)$? (Uporabi skalarni produkt vektorja z enotnim vektorjem v smeri vektorja d !)

Naloga 2.2: Poleg dveh elektrin iz naloge 1 imamo še elektrino $Q_3=1 \mu C$ na mestu P3(-1,0,2)cm. Vsota vseh treh elektrin je enaka 0, kar zaključuje sistem elektrin. Ponovno izračunajte silo na elektrino Q2!

Namen: Uporaba superpozicije za izračun sile v sistemu več točkastih elektrin.

MLAB: Ker smo silo Q1 na Q2 že izračunali, izračunamo le še prispevek elektrine Q3 in prispevka seštejemo:

```

Q3=1e-6;

r3=[-1,0,2]*1e-2;

r23=r2-r3

```

```

Abs_r23=sqrt(r23*r23');
er23=r23/Abs_r23;
F23=k*Q1*Q2*er23/Abs_r23^2 % sila na elektrino Q2
Abs_F23=sqrt(F23*F23')
F2=F21+F23 % celotna sila na elektrino Q2

r23 =
0.0200 0.0300 0

F23 =
-23.0100 -34.5150 0

Abs_F23 =
41.4819

F2 =
-33.3046 -65.3988 -20.5892

```

Vprašanja:

- Katera sila je večja, F21 ali F23 in zakaj?
- * Kako bi izračunali silo na elektrino v primeru 10-ih elektronov?
- ** Kam bi morali postaviti elektrino Q3, da bi bila sila nanjo enaka nič?

Naloga 2.3 Dolocite silo na elektrino Q1 iz naloge 1.1!

Naloga 2.4 Dolocite silo na elektrino Q1 iz naloge 1.2!

Naloga 2.5 Elektronam v nalogi 1.2 poljubno spreminjamo predznak. Kdaj bo sila na elektrino Q3 največja in kdaj najmanjša in koliko bo?

Naloga 2.6P: Uporaba elektrostaticne sile med delci: Primer izračuna elektrostaticne sile na cesijev ion v molekuli cesijevega klorida!

V molekuli cesijevega klorida (CsCl) so cesijevi ioni (Cs⁺) nameščeni v vogalih kocke, ki ima dolžino stranice $a=0,4$ nm, klorov ion (Cl⁻) pa je v centru kocke. Kolikšna je sila na klorov ion? Če manjka en cesijev ion, recemo, da ima kristal defekt. Kolikšna je sila na klorov ion v tem primeru?

3. Električna poljska jakost

Elektricno poljsko jakost definiramo kot silo na enoto poskusne elektrine q . V tem smislu lahko izračunamo električno poljsko jakost povsod v prostoru, kjer se nahajajo elektrine. V prostoru N točkastih elektrin je električna poljska jakost na mestu določenim z vektorjem r_k vsota prispevkov vseh elektrin:



Naloga 3.1 V prostoru imamo elektrini $Q_1=2 \text{ pC}$ v točki $P_1(1,1,1)\text{mm}$ in $Q_2=-2 \text{ pC}$ v točki $P_2(-2,-1,3) \text{ cm}$. Koliko je električna poljska jakost v središču koordinatnega sistema?

Namen: Izračun električne poljske jakosti v poljubni točki prostora kot superpozicija prispevkov.

```
Q1=2e-12;
Q2=-2e-12;
e0=8.854e-12;
r0=[0,0,0];
r1=[1, 1, 1]*1e-2;
r2=[-2,-1,3]*1e-2;
% tvorimo vektor, ki kaže od točke P2 (vektor r2) proti točki središču k.s.
(vektor r0)
r20=r0-r2;
r10=r1-r0;
Abs_r20=sqrt(r20*r20');
er20=r20/Abs_r20;
Abs_r10=sqrt(r10*r10');
er10=r10/Abs_r10;
E20=k*Q2*er20/Abs_r20^2 % polje zaradi elektrine Q2
E10=k*Q1*er10/Abs_r10^2 % polje zaradi elektrine Q1
```



```

E0=E20+E10

Abs_E0=sqrt(E0*E0')

E20 =

6.8631 3.4315 -10.2946

E10 =

34.5938 34.5938 34.5938

E0 =

41.4569 38.0254 24.2992

Abs_E0 =

61.2785

```

Naloga 3.2: Določite električno poljsko jakost na mestu P4(1,1,1)cm za elektrine iz naloge 1.2!

Naloga 3.3: Elektrini $Q_1=1 \mu\text{C}$ in $Q_2=-3 \mu\text{C}$ sta razmaknjeni za 2 cm in se nahajata vzdolž x osi. Izrišite električno poljsko jakost vzdolž x osi!

Namen: Izračun polja za poljubno točko v prostoru. Seznanitev z zapisom vektorjev in matrik ter operacij med njimi. Grafičen izpis - funkcija plot, z več krivuljami.

MLAB: Vektor točk vzdolž x osi od -2 cm do 2 cm po koraku 0.1 zapišemo kot $X = (-2:0.1:4) * 1e-2;$. Množenje vektorja a z vektorjem b (a*b) je skalarni produkt. En vektor mora biti vrstica, drugi stolpec, rezultat je skalar. Množenje (deljenje) komponent vektorja a s komponentami vektorja b brez dodatnega seštevanja delnih množenj (deljenj), dosežemo z operacijo (.*) ali (./). Za izris grafa si pogledajte pomoč v MLABu (help plot).

```

clear all

Q1=1e-6;

Q2=-3e-6;

e0=8.854e-12;

k=1/(4*pi*e0);

X=(-2:0.5:2)*1e-2; % koordinate x osi

% Q1 postavimo v koord. izhodišče, Q2 pa 2 cm stran v smeri poz. x osi

```

```

E1=k*Q1*X./abs(X).^3; % operator za deljenje vektorja je "./"
XT=2*1e-2*ones(1,length(X)); %vektor z vrednostmi pozicije lektrine Q2
Xraz=X-XT;
E2=k*Q2*Xraz./abs(Xraz).^3;
E=E1+E2;
plot(X,E1,'+-',X,E2,'*-','Linewidth',1.5)
xlabel('X os [cm]');
ylabel('E1, E2 [V/m]');

```



Vprašanja:

- Kakšna je smer polja vzdolž x osi?
 - Koliko je najmanjša velikost polja med elektrinama?
 - Kje je polje enako nič?
 - Kakšno bi bilo polje, ce bi bila tudi druga elektrina pozitivna?
 - Kakšno bi bilo polje, ce bi bili obe elektrini pozitivni?
 - Kakšno bi bilo polje, ce bi bili obe elektrini negativni?
 - Kam bi morali postaviti elektrino $Q_3=2 \mu C$, da bo sila nanj enaka nič?
 - Koliko bi morala biti elektrina Q_3 , ce jo postavimo med elektrini Q_1 in Q_2 , da bo sila nanjo enaka 0?
-

Naloga 3.4: Dolocite in izrišite električno poljsko jakost vzdolž osi x ($y=0, z=0$) od $x=-3\text{cm}$ do $x=3\text{cm}$ s korakom $dx=0.5\text{cm}$ za elektrine iz naloge 2.1!

Namen: Seznanitev z izračunom polja za poljubno postavljene elektrine ter seznanitev s problematiko vizualizacije polja.

MLAB: Uporaba funkcije subplot.

```
clear all

Q1=2e-12;

Q2=-2e-12;

e0=8.854e-12;

k=1/(4*pi*e0);

r1=[1, 1, 1]*1e-2;

r2=[-2,-1,3]*1e-2;

X=[-3:0.1:3]*1e-2;

len=length(X);

Y=zeros(1,len);

Z=Y;

P=[X' Y' Z']; %tvorimo matriko s koordinatami točk P(x,y,z)

P(1,:); % tako zapišemo prvi vektor

for i=1:len

RP1(i,:)=(P(i,:)-r1);

ERP1(i,:)=k*Q1*RP1(i,:)/abs(RP1(i,:)*RP1(i,:)')^3;

RP2(i,:)=(P(i,:)-r2);

ERP2(i,:)=k*Q2*RP2(i,:)/abs(RP2(i,:)*RP2(i,:)')^3;

end

ERP1(:,1); % x komponenta polja, ki ga povzroča elektrina Q1

ERP2(:,1); % x komponenta polja, ki ga povzroča elektrina Q2

E=ERP1 + ERP2;

for i=1:len
```

```

Eabs(i)=sqrt(E(i,1)^2+E(i,2)^2+E(i,3)^2);

end

Eabs;

subplot(2,1,1),plot(X,E(:,3),'Linewidth',2)

grid on;

xlabel(' x [m] ');

ylabel('Ex [V/m] ');

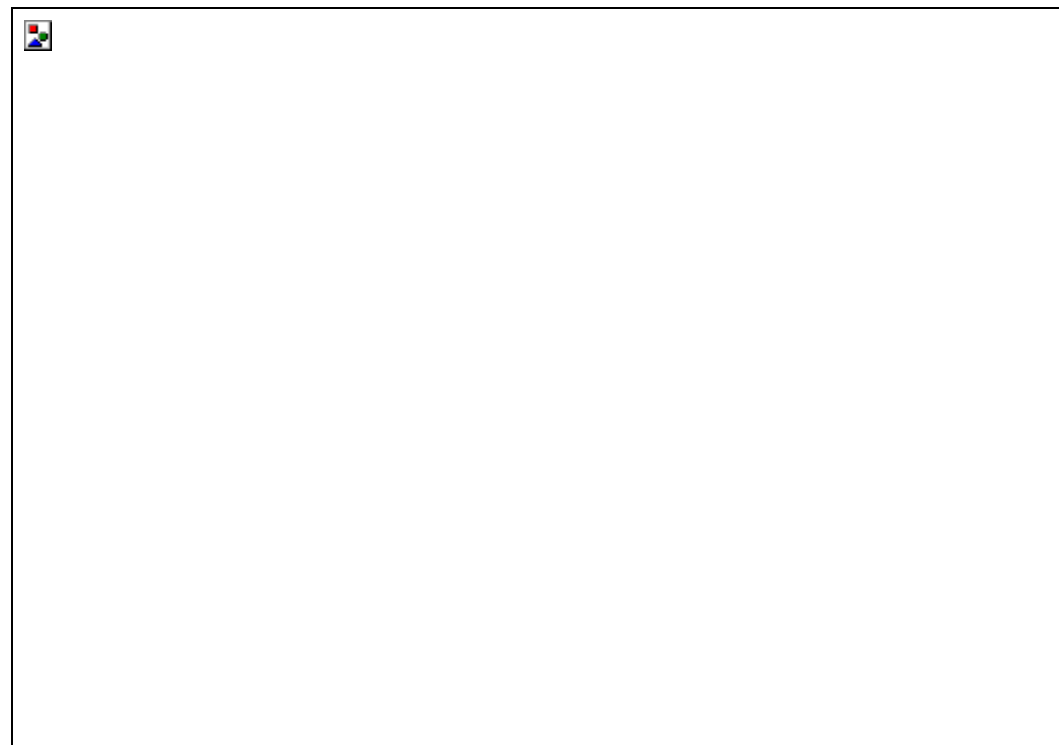
subplot(2,1,2),plot(X,Eabs,'Linewidth',2)

grid on;

xlabel(' x [m] ');

ylabel('Abs(E) [V/m] ');

```



Vprašanja:

- Poskušajte si predstavljati, kako bi se spreminjala E_z po x osi? Skicirajte in potem preverite tako, da namesto plota $E(:,1)$ uporabite $E(:,3)$!
- Kako bi se spreminjal E_z , ce bi bila elektrina Q_2 na mestu $P_2(-2,-1,1)$?
- Ker je prostorska predstavitev vektorskega polja v treh dimenzijah težka, poskusite skicirati električno poljsko jakost ce gledamo le dve dimenziji. Naj bosta točki $P_1(1,0,1)$ in $P_2(-1,0,-1)$. V tem primeru ležita točki le v (x,z) ravnini, torej je tudi

elektricna poljska jakot v smeri y enaka nic. Kako se sedaj spreminja polje Ez in Ex po oseh x in z?

d. Kakšno bi bilo polje $E_z(x,y=z=0)$, Če bi bila elektrina $Q_1=10 \text{ pC}$?

Naloga 3.5: Izrišite 3D graf elektricne poljske jakosti za elektrino $Q_1=5 \text{ pC}$ postavljeno na mestu $P_1(1,2)\text{cm}$. Izrišite polje v obmocju $(0,0)$ do $(4,4)\text{cm}$!

Namen: Seznanitev s 3D vizualizacijo polja.

MLAB: Točke v prosturu zapišemo v matriko ($[X,Y]=\text{meshgrid}(0:dx:\text{maxx},0:dy:\text{maxy})$). S pomocjo dveh FOR zank prečesemo vse točke in izracunamo polje. Za vizualizacijo uporabimo funkcijo MESH.

```
clear all

Q1=5e-12;

e0=8.854e-12;

k=1/(4*pi*e0);

r1=[1, 2]*1e-2;

dx=0.5e-3;dy=0.5e-3; maxx=4e-2;maxy=4e-2;

x=0:dx:maxx; y=0:dy:maxy;

[X,Y]=meshgrid(0:dx:maxx,0:dy:maxy);

for i=1:1:length(x)

for j=1:1:length(y)

plx=r1(1,1)-x(i);

ply=r1(1,2)-y(j);

psqr=sqrt(plx^2+ply^2);

if psqr==0

psqr=1e-10;

end

Elx(i,j)=k*Q1*plx/psqr^3;

Ely(i,j)=k*Q1*ply/psqr^3;

end
```

```

end

Eabs=(sqrt(E1x.^2+E1y.^2));

Emax=max(max(Eabs));

[i,j]=find(Eabs==0);

Eabs(i,j)=Emax;

figure,mesh(X,Y,Eabs)

```



Naloga 3.6: Izrišite 3D graf in konture elektricne poljske jakosti za elektrine $Q_1=5$ pC, $Q_2=-2$ pC in $Q_3=-3$ pC, ki se nahajajo v tockah P1(1,2) cm, P2 (2,3) cm in P3(1,1). Izrišite konture polja na x-y ravnini v obmocju (0,0) do (3,3)cm!

Namen: 3D vizualizacija polja, delo s FOR zankami in poljubnim številom elektrin.

MLAB: Podobno kot v prejšnjem primeru, le da imamo več elektrin. Za izris kontur elektricne poljske jakosti glej (help contourf). Ker se polje spreminja s kvadratom, je za boljšo vizualizacijo koristno izrisati konture (desetiškega) logaritma polja. Poleg tega lahko grafu dodate vektorje, ki kažejo v smeri polja. Najprej je potrebno uporabiti ukaz **gradient**, ki numerično izračuna odvod vektorja v vseh točkah ter za izris ukaz **quiver**.

```

clear all

Q=[5e-12,-2e-12,-3e-12];

e0=8.854e-12;

k=1/(4*pi*e0);

R=1e-2*[1, 2;2,2;1,1];

dx=0.5e-3;dy=0.5e-3; maxx=4e-2;maxy=4e-2;

x=0:dx:maxx; y=0:dy:maxy;

[X,Y]=meshgrid(0:dx:maxx,0:dy:maxy);

N=length(Q);

E1x=zeros(length(x),length(x));

E1y=E1x;

for i=1:1:length(x)

for j=1:1:length(y)

for k=1:1:N

p1x=R(k,1)-x(i);

p1y=R(k,2)-y(j);

psqr=sqrt(p1x^2+p1y^2);

%if psqr==0

% psqr=1e-4;

%end

    E1x(i,j)=E1x(i,j)+k*Q(k)*p1x/psqr^3;

E1y(i,j)=E1y(i,j)+k*Q(k)*p1y/psqr^3;

end

end

end

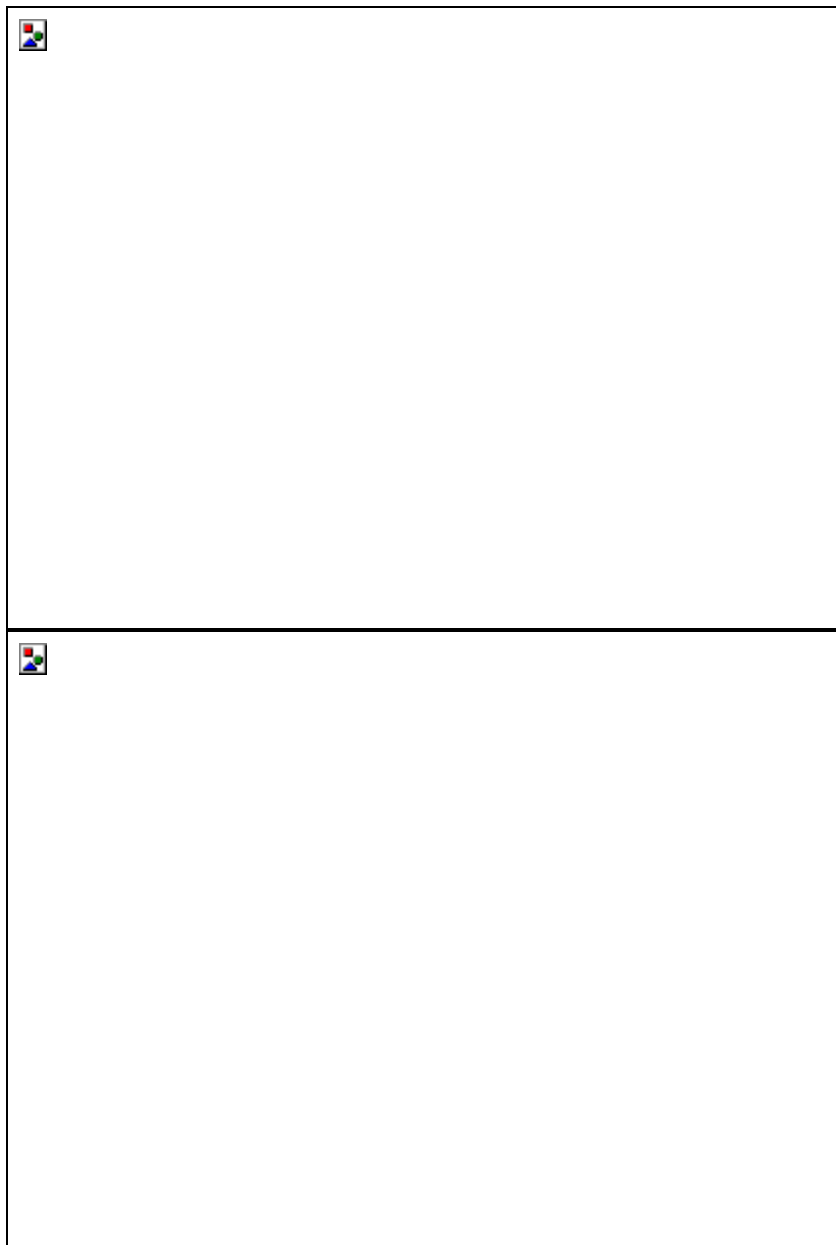
Eabs=(sqrt(E1x.^2+E1y.^2));

Emax=max(max(Eabs));

[i,j]=find(Eabs==0);

```

```
%Eabs(i,j)=Emax;  
  
figure,surf(X,Y,log10(Eabs)),colormap hot  
  
figure,[C,h]=contourf(X,Y,log10(Eabs)); colorbar  
  
[U,V]=gradient(log10(Eabs),x,y);  
  
hold on;  
  
quiver(x,y,U,V)
```



Vprašanja:

- a. Analiziraj polje v primeru dveh enako velikih elektrin!
 - b. Analiziraj polje v primeru dveh enako velikih elektrin nasprotnega predznaka!
 - c. Analiziraj polje v primeru dveh različno velikih elektrin nasprotnega predznaka!
 - d. Analiziraj polje v primeru dveh različno velikih elektrin nasprotnega predznaka!
 - e. Kaj ne vidimo pri konturnem prikazu polja?
 - f. Kakšno je polje v sredini med elektrinama v primerih a) do d)?
 - g. Kakšno je polje daleč stran (v okolici) sistema elektrin za primere a) do d)?
-

4. Potencial, napetost

Potencial definiramo kot delo, ki ga opravi elektrostaticno polje pri premiku pozitivne elektrine 1As po poljubni poti od neke splošne točke T v prostoru (kjer potencial iščemo), do točke T_0 , kjer je potencial enak nič.



Naloga 4.1: Izračunajte in izrišite polje in potencial med koncentricnima prevodnima valjema (koaksialni kabel) z notranjim polmerom $r_n=1\text{ mm}$ in zunanjim polmerom $r_z=3\text{ mm}$, ce je med njima priključena napetost 25 V .

Namen: Izračun potenciala in polja za koaksialni kabel in graficni prikaz.

MLAB: Uporabite ukaz `plotyy` za izris obeh funkcij na enem plotu.

```
clear all;

e0=8.854e-12;

k=1/(4*pi*e0);

U=25; rn=1e-3; rz=3e-3;

q=U*2*pi*e0/(log(rz/rn));

R=0:1e-4:rz;

E=zeros(length(R),1);

V=E;

E=q/(2*pi*e0)./R;

V=q/(2*pi*e0)*log(rz./R);

for i=1:length(R)

    if R(i)<rn

        V(i)=U;

        E(i)=0;

    end

end
```

```

end

end

%plot(R,V); xlabel(' Radij [m]'); ylabel(' Potencial [V]');

%figure; plot(R,E); xlabel(' Radij [m]'); ylabel(' El. poljska jakost
[V/m]');

% IZRIS POLJA IN POTENCIALA NA ISTI SLIKI Z DVEMA OSEMA

[ax ax1 ax2]=plotyy(R,V,R,E,'plot');

axes(ax(1)); ylabel(' Potencial [V]');

axes(ax(2)); ylabel(' El. poljska jakost [V/m]');

set(ax1,'LineStyle',':')

set(ax1,'Linewidth',3)

set(ax2,'Linewidth',2)

```



- Vprašanja:

- Kolikšna je največja in koliko najmanjša el. poljska jakost znotraj kabla (med valjema)?
- Kolikšno je polje v okolici kabla?

- c. V kakšnem razmerju je maksimalna el. poljska jakost za dva koncentrična prevodna valja in dve ravnini, ce je med prevodnima ploskvama obeh elementov enaka napetost? Zakaj je tako?
- d. V kakšnem razmerju sta napetosti, ce je med elementoma enako maksimalno polje? Zakaj je ena napetost višja?
- e. Izrišite ekvipotencialne ploskve in silnice elektricnega polja! Pomoc: krog izrišeš kot `plot(sin(x),cos(x))`, kjer gre x od 0 do 2π . Uporabi še `axis equal`.
- f. Kolikšen sme biti najmanjši in največji polmer notranjega valja, da ne pride do preboja pri prebojni trdnosti zraka $2,1\text{kV/mm}$? Pomoc: dobimo transcendentno enacbo, ki jo lahko rešimo tabelaricno, graficno ali numericno.
- g. Kolikšna je ploskovna gostota na manjšem in na večjem valju?

Naloga 4.2: Za iste vrednosti radijev in napetosti kot pri nalogi 2.8 le tokrat za primer krogelnega kondenzatorja izracunajte in določite polje in potencial ter odgovorite na vprašanja! Dodatno: na grafu prikažite polje in potencial za ravni (ploščni), cilindricni in krogeljni kondenzator!

Naloga 4.3: Določite el. poljsko jakost in potencial vzdolž naelektrenega obroca radija $r=2\text{cm}$, na katerem je enakomerno razporejena elektrina $Q=12\text{nC}$!

Naloga 4.4: Za elektrine iz naloge 2.6 izracunajte potencial v prostoru ter izrišite ekvipotencialne ploskve in v obliki 3D grafa!

Namen: Izracun potenciala za točkaste elektrine. 2D in 3D vizualizacija potenciala. Komentiranje ekvipotencialnih ploskev dveh enako velikih enako (predznacenih) elektrin.

MLAB: Uporaba funkcije `contourf`!

```
clear all

Q=[5e-12,-3e-12,-2e-12];

e0=8.854e-12;

k=1/(4*pi*e0);

R=1e-2*[1, 2;2,2;1,1];

dx=0.5e-3;dy=0.5e-3; maxx=4e-2;maxy=4e-2;

x=0:dx:maxx; y=0:dy:maxy;

[X,Y]=meshgrid(0:dx:maxx,0:dy:maxy);
```

```

N=length(Q) ;

V=zeros (length(x) ,length(y)) ;

for i=1:1:length(x)
for j=1:1:length(y)
for m=1:1:N
plx=R(m,1)-x(i) ;
ply=R(m,2)-y(j) ;
psqr=sqrt (plx^2+ply^2) ;
V(i,j)=V(i,j)+k*Q(m)/psqr ;
end
end
end

%figure,surf(X,Y,V),colormap hot, xlabel(' X os [m]'); ;zlabel('Potencial
[V] ');

figure,[C,h]=contourf(X,Y,V) ; colorbar
xlabel(' X os [m]'); ylabel('Y os [m]'); title('Potencial [V]')

```

Vprašanja:

- V kateri točki je potencial enak nič?
- Kje je potencial pozitiven in kje negativen?
- Izriši ekvipotencialne ploskve za dve enako veliki elektrini istega (nasprotnega) predznaka! Komentiraj!
- Izriši ekvipotencialne ploskve za dve različno veliki elektrini istega (nasprotnega) predznaka! Komentiraj!



Naloga 4.5: Doloci potencial znotraj in zunaj naelektrene krogle z enakomerno porazdeljeno volumsko gostoto elektrin, ce je radij krogle 2 cm, specifcna gostota volumsko porazdeljene elektrine pa $\rho = 1e-10 \text{ C.m}^{-3}$.

Namen: Uporabite Gaussov stavek za izracun polja in z integracijo polja izracunajte potencial.

Vprašanja:

- Kolikšna napetost je znotraj naelektrene krogle?
- Kolikšna napetost je med med površino krogle in neskoncnostjo?
- Kolikšna bi morala biti velikost točkaste elektrine, da bi bil potek polja in potenciala enak za radije večje od radija krogle?
- Pri kateri napetosti in kakšni specifcni gostoti enakomerno porazdeljene gostote elektrin med plaščem krogle in notranjostjo bo največja poljska jakost enaka 30kV/cm ? Kje bo polje največje?
- Kako se bi polje spremenilo, ce bi se gostota elektrin linearno povecevala z radijem kot

, pri cemer določite konstanto k tako, da bo celotna elektrina enaka, kot v primeru enakomerno porazdeljene elektrine?

Naloga 4.6: Prikaži na grafu potek potencialov podanih v obliki funkcij:

a) $V(x,y)=400x^2y$ x [0:10] cm; y[0:10] cm

b) $V(x,y)=400xy+ 200*\sin(x)$ x [0:10] cm; y[0:10] cm

c) $V(x,y)=200*\sin(x)*\cos(y)$ x [0:2] cm; y[0:2] cm

Iz grafov poskusite skicirati konture elektricne poljske jakosti! Numericno in analiticno določite in izrišite elektricno poljsko jakost za vse tri primere.

Namen: Izracun in prikaz polja iz znane porazdelitve potenciala.

Pozor: Ne izrisite polja z racunalnikom, predno ga ne poskusite skicirati sami! Kjer se potencial najhitreje spreminja je polje največje.

MLAB: Tocke v x,y ravnini določite z ukazom meshgrid (naloga 2.5), pri določitvi funkcije pa pazite na to, da dosežemo množenje posameznih elementov matrike z ukazom (*). Za prikaz potenciala uporabite ukaz **contourf** ali **surf**. Numericno odvajanje dosežemo z uporabo funkcije gradient ([Ex,Ey]=gradient(V,dx,dy)), kjer st dx in dy korak med točkami v x in y smeri.

```
xmax=10e-2;
dx=xmax/10;
[X,Y]=meshgrid(0:dx:xmax,0:dx:xmax);
V=400.*(X.^2).*Y;
%V=200*sin(X).*cos(Y);
contourf(X,Y,V);
title('Potencial [V]')
%surf(X,Y,V)
[Ex,Ey]=gradient(-V,dx,dx);
Eabs=sqrt(Ex.^2+Ey.^2);
%figure, surf(X,Y,Eabs)
```



5. Dielektriki, mejni pogoji

Naloga 5.1P: Primer uporabe elektrostaticnega polja: Dolocitev prebojne napetosti koaksialnega kabla.

Ce uporabimo koaksialni kabel za prenos elektricne moci, je polmer kabla dolocen s tokom, ki tece skozi kabel ter ostale dimenzije z izolacijskim materialom in napetostjo.

Predpostavimo notranji radij $r_n=0,4$ cm, ki je obdan z dielektrikom iz gume ($\epsilon_{rg}=3,2$) in poliestra ($\epsilon_{rp}=2,6$). Dimenzionirajte koaksialni kabel tako, da bo delal pri napetosti 20 kV. Da bi preprecili preboj v dielektrikih (pri udaru strele in drugih zunanjih pogojih), ne sme maksimalno polje znotraj dielektrika preseči 25% maksimalne prebojne trdnosti, ki je $25 \cdot 10^6$ V/m za gumo in $20 \cdot 10^6$ V/m za poliester! Med zunanjim in notranjim plaščem naj napetost ne bo vecja od 20 kV.

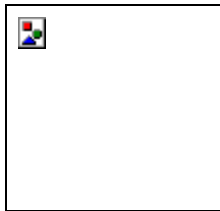
Postopek: Zapišemo enacbi za maksimalno prebojno trdnost in dolocimo radij zunanje plasti notranjega dielektrika ter elektrino, ki se nabere na žili. Napišemo enacbo za napetost kot integral polja od notranjega do zunanjega radija in iz enacbe dolocimo še zunanji radij.

Dodatno: Izrišite krivulje poteka električne poljske jakosti, pri zagotovljenem pogoju za preboj, če spreminjamo notranji radij od 1 do 5 mm. Če bi želeli povečati delovno napetost od 20

na 30 kV, kakšna dielektrika bi morali uporabiti, če bi dimenzije kabla obdržali iste? Kakšen postopek bi potrebovali, če bi namesto notranjega radija imeli željen zunanji radij in bi iskali primeren notranji radij?

6. Energija elektrostaticnega polja

Za točkaste elektrine izračunamo energijo iz znanih vrednosti električnega potenciala na mestu elektrine in velikosti elektrin.



V primeru porazdeljenih elektrin pa velja izraz



Naloga 5.1: Za porazdelitev elektrin iz naloge 1.2 določite elektrostaticno energijo.

Vprašanja:

- Kaj pomeni dobljena številka? Kako jo lahko interpretirate?
- Kolikšno delo moramo opraviti, da premaknemo elektrino Q_3 v koordinatno izhodišče?
- Kakšna je razlika med pozitivnim in negativnim predznakom, ki ga dobimo pri premikanju elektrin?
- Kolišna je energija sistema, če postavimo na mesto $P_4(3,3)$ cm še dodatno energijo $Q_4=2$ pC?

7. Literatura

A. Biran, M. Breiner: "Matlab 5 for engineers", Addison-Wesley Publishing Company, 1995.

D. Hanselman, B. Littlefield: "Mastering MATLAB : a comprehensive tutorial and reference", Upper Saddle River : Prentice-Hall International, 1996.

D.J. Higham, N.J. Higham: "MATLAB guide", Philadelphia : Society for Industrial and Applied Mathematics, 2000.

W. J. Palm : "Introduction to MATLAB 6 for engineers", McGraw-Hill, 2001.

Povezave na internetu: (opozorilo: povezave na internetne strani se s časom lahko spremenijo)

Matlab Basics Tutorial (Carnegie Mellon),
<http://www.engin.umich.edu/group/ctm/basic/basic.html>

Matlab Tutorial Information (Hosted by the UNH Dept. of Mathematics and Statistics Kingsbury Hall University of New Hampshire), <http://www.cyclismo.org/tutorial/matlab/>

Matlab tutorial (Kermit Sigmon, University of Florida, 1993),
http://www.mines.utah.edu/gg_computer_seminar/matlab/matlab.html

Matlab Summary and Tutorial (University of Florida), <http://www.math.ufl.edu/help/matlab-tutorial/>

Matlab tutorial (Mathworks inc.),
http://www.mathworks.com/academia/student_center/tutorials/

Povezave na druge strani iz strani:

MATLAB Educational Sites (University Maine),
<http://www.eece.maine.edu/mm/matweb.html>

Osnovna stran programa Matlab: <http://www.mathworks.com/>