

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I

s programom MATLAB

(Dejan Križaj)

0. Elektrina (naboj), sila med elektrinami

Elektrina je kvantizirana. Osnovna elektrina (naboj) elektrona je $Q_e = -1,609 \cdot 10^{-19}$ As. Enota za elektrino je [A.s]=[C]. Sila med elektrinama je proporcionalna produktu velikosti elektrin in nasprotno proporcionalna kvadratu razdalje med elektrinama.

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$

Konstanta proporcionalnosti je $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$.

Naloga 0.1: Jedro atoma železa ima radij $4 \cdot 10^{-15}$ m in vsebuje 26 protonov. Kolikšna je elektrostatična sila med dvema protonoma, ki sta razmaknjena za $4 \cdot 10^{-15}$ m?

```
% Izracun sile med elektrinama. Znak za komentar je %
q0=1.609e-19
% ce stavka ne zakljucimo s podpicjem (;) se izpise sproten rezultat
k=9e9;
r=4e-15;
F=k*q0^2/r^2; %izracun
strF=num2str(F); %pretvorba v string
disp(['Sila je ' strF ' N']); %izpis

q0 =
    1.6090e-019
Sila je 14.5625 N
```

Vprašanja:

- Ali je ta sila odbojna ali privlačna?
- Kolikšna je elektrostatična sila v primerjavi z gravitacijsko silo med protonoma? ($g = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$, $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$)
- (Zakaj se jedro železa ne razleti?)

Naloga 0.2: Kolikšna je elektrostatična sila med natrijevim ionom (Na^+ je kation in ima pomanjkanje elektrona) in klorovim ionom (Cl^- je anion in ima višek elektrona) v kristalu soli, če sta iona razmaknjena za $2,82 \cdot 10^{-10}$ m?

Naloga 0.3: Dva identična iona, razmaknjena za $5 \cdot 10^{-10}$ m, se odbijata s silo $3,7 \cdot 10^{-9}$ N. Kolikšna je elektrina vsakega od ionov? Koliko elektronov "manjka" (je preveč), da bi bila iona nevtralna?

1. Sila - Coulombov zakon

Sila med elektrinama je usmerjena vzdolž premice na kateri se nahajata elektrini. Spreminja se inverzno proporcionalno s kvadratom razdalje med elektrinama in je proporcionalna velikosti obeh elektrin: Sila na elektrino Q2 je:

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r_{12}^2} \cdot \vec{I}_{r_{12}}$$

kjer je $\vec{I}_{r_{12}}$ enotni vektor v smeri od elektrine Q₁ do Q₂. Če je elektrin več, je sila na elektrino (vektorska) vsota prispevkov posameznih elektrin (superpozicija!).

Naloga 1.1: Elektrina Q1=2 μC se nahaja v središču koordinatnega sistema P1(0,0,0)m. S kolikšno silo deluje na elektrino Q2=-3 μC, ki se nahaja v točki P2(1,3,2) cm?

Namen: Seznanitev z vektorskim računom ter izračun sile na elektrino v poljubni točki.

MLAB: Vrstični vektor zapišemo tako, da nizamo komponente vektorja v oglatem oklepaju (**r1=[r1x, r1y, r1z]**). Absolutno vrednost vektorja dobimo tako, da skalarno pomnožimo vektor s samim seboj (**Abs_r21=sqrt(r21*r21')**);). Potrebno je biti pozoren na to, da je v MATLABU potrebno množiti vektor s transponiranim vektorjem, ki ga označuje zgornji apostrof (').

```

Q1=2e-6;      %
Q2=-3e-6     % če vrstice ne zaključimo z znakom";", se izpiše rezultat

e0=8.854e-12; % dielektričnost vakuuma
k=1/(4*pi*e0);
r1=[0, 0, 0]; %vrstični vektor
r2=[1,3,2]*1e-2;

r21=r2-r1;
Abs_r21=sqrt(r21*r21'); % absolutna vrednost vektorja r21
er21=r21/Abs_r21 % normalni vektorj v smeri r21
F21=k*Q1*Q2*er21/Abs_r21^2
Abs_F21=sqrt(F21*F21')

Q2 =
-3.0000e-006
er21 =
    0.2673    0.8018    0.5345
F21 =
-10.2946 -30.8838 -20.5892
Abs_F21 =
    38.5189

% vektor, ki kaže od vektorja r1 proti vektorju r2 oz. iz izhodišča v točko P2
% dobimo z množenjem vektorja r21 s transponiranim vektorjem r21'

```

Vprašanja:

- V katero smer kaže sila na elektrino?
- V kateri smeri je največja sila?
- Koliko je absolutna vrednost sile (enote!)?
- Koliko prostih elektronov vsebujeta Q1 in Q2?
- Kolišna je sila v smeri vektorja d=(1,2,0)? (Uporabi skalarni produkt vektorja z enotnim vektorjem v smeri vektorja d!)

Naloga 1.2: Poleg dveh elektrin iz naloge 1 imamo še elektrino Q3=1 μC na mestu P3(-1,0,2)cm. Vsota vseh treh

elektrin je enaka 0, kar zaključuje sistem elektrin. Ponovno izračunajte silo na elektrino Q2!

Namen: Uporaba superpozicije za izračun sile v sistemu več točkastih elektrin.

MLAB: Ker smo silo Q1 na Q2 že izračunali, izračunamo le še prispevek elektrine Q3 in prispevka seštejemo:

```

Q3=1e-6;
r3=[-1,0,2]*1e-2;

r23=r2-r3
Abs_r23=sqrt(r23*r23');
er23=r23/Abs_r23;

F23=k*Q1*Q2*er23/Abs_r23^2      % sila na elektrino Q2

Abs_F23=sqrt(F23*F23')

F2=F21+F23      % celotna sila na elektrino Q2

r23 =
    0.0200    0.0300    0
F23 =
   -23.0100  -34.5150    0
Abs_F23 =
    41.4819
F2 =
   -33.3046  -65.3988  -20.5892

```

Vprašanja:

- Katera sila je večja, F21 ali F23 in zakaj?
- * Kako bi izračunali silo na elektrino v primeru 10-ih elektrin?
- ** Kam bi morali postaviti elektrino Q3, da bi bila sila nanjo enaka nič?

Naloga 1.3 Določite silo na elektrino Q1 iz naloge 1.1!

Naloga 1.4 Določite silo na elektrino Q1 iz naloge 1.2!

Naloga 1.5 Elektrinam v nalogi 1.2 poljubno spreminjamo predznak. Kdaj bo sila na elektrino Q3 največja in kdaj najmanjša in koliko bo?

Naloga 1.6P: Uporaba elektrostatične sile med delci: Primer izračuna elektrostatične sile ne cezijevega ion v molekuli cezijevega klorida!

V molekuli cezijevega klorida (CsCl) so cezijevi ioni (Cs⁺) nameščeni v vogalih kocke, ki ima dolžino stranice $a=0,4$ nm, klorov ion (Cl⁻) pa je v centru kocke. Kolikšna je sila na klorov ion? Če manjka en cezijev ion, rečemo, da ima kristal defekt. Kolikšna je sila na klorov ion v tem primeru?

2. Električno polje

Električno poljsko jakost definiramo kot silo na enoto (male) poskusne elektrine Q . V tem smislu lahko izračunamo električno poljsko jakost povsod v prostoru, kjer se nahajajo elektrine. V prostoru N točkastih elektrin je električna poljska jakost na mestu določenim z vektorjem r_k vsota prispevkov vseh elektrin, kjer je vektor r_i vektor, od točke, kjer se nahaja elektrina Q_i do točke, kjer iščemo električno poljsko jakost.

$$\vec{E}_{r_k} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^N \frac{Q_i}{r_i^2} \cdot \vec{1}_i$$

Naloga 2.1 V prostoru imamo elektrini $Q_1=2$ pC v točki $P_1(1,1,1)$ mm in $Q_2=-2$ pC v točki $P_2(-2,-1,3)$ cm. Koliko je električna poljska jakost v središču koordinatnega sistema?

Namen: Izračun električne poljske jakosti v poljubni točki prostora kot superpozicija prispevkov.

```

Q1=2e-12;
Q2=-2e-12;
e0=8.854e-12;
r0=[0,0,0];
r1=[1, 1, 1]*1e-2;
r2=[-2, -1, 3]*1e-2;

% tvorimo vektor, ki kaže od točke P2 (vektor r2) proti točki središču k.s.
(vektor r0)
r20=r0-r2;
r10=r1-r0;
Abs_r20=sqrt(r20*r20');
er20=r20/Abs_r20;
Abs_r10=sqrt(r10*r10');
er10=r10/Abs_r10;

E20=k*Q2*er20/Abs_r20^2 % polje zaradi elektrine Q2
E10=k*Q1*er10/Abs_r10^2 % polje zaradi elektrine Q1
E0=E20+E10
Abs_E0=sqrt(E0*E0')

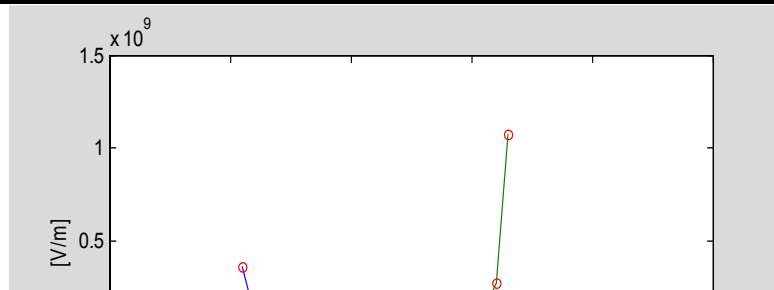
E20 =
    6.8631    3.4315   -10.2946
E10 =
   34.5938   34.5938   34.5938
E0 =
   41.4569   38.0254   24.2992
Abs_E0 =
    61.2785

```

Naloga 2.2: Določite električno poljsko jakost na mestu $P_4(1,1,1)$ cm za elektrine iz naloge 1.2!

Naloga 2.3: Elektrini $Q_1=1$ μ C in $Q_2=-3$ μ C sta razmaknjena za 12 cm in se nahajata vzdolž x osi. Izrišite električno poljsko jakost vzdolž x osi!

Namen: Izračun polja za poljubno točko v prostoru. Seznanitev z zapisom vektorjev in matrik ter operacij med njimi.



MLAB: Vektor točk vzdolž x osi od -5cm do 20

cm po koraku 0.5 zapišemo kot ($\mathbf{x}=(-5:0.5:20)*1e-2;$). Množenje vektorja a z vektorjem b ($a*b$) je skalarni produkt. En vektor mora biti vrstica, drugi stolpec, rezultat je skalar. Množenje (deljenje) komponent vektorja a s komponentami vektorja b brez dodatnega seštevanja delnih množenj (deljenj), dosežemo z operacijo ($*$) ali ($./$). Za izris grafa si poglejte pomoč v MLABu (help plot).

```
clear all
Q1=1e-6;
Q2=-3e-6;
e0=8.854e-12;
k=1/(4*pi*e0);

X=(-5:0.5:20)*1e-2; % koordinate x osi
% Q1 postavimo v koord. izhodišče, Q2 pa 12 cm stran v smeri poz. x osi
E1=k*Q1*X./abs(X).^3; % operator za deljenje vektorja je "./"
XT=12*1e-2*ones(1,length(X)); %vektor z vrednostmi pozicije lektrine Q2
Xraz=X-XT;
E2=k*Q2*Xraz./abs(Xraz).^3;
E=E1+E2;

plot(X,E1,X,E2,X,E,'o')
xlabel('X os [cm]');
ylabel('E1, E2 in E1+E2 [V/m]');
```

Vprašanja:

- Kakšna je smer polja vzdolž x osi?
- Koliko je najmanjša velikost polja med elektrinama?
- Kje je polje enako nič?
- Kakšno bi bilo polje, če bi bila tudi druga elektrina pozitivna?
- Kakšno bi bilo polje, če bi bili obe elektrini pozitivni?
- Kakšno bi bilo polje, če bi bili obe elektrini negativni?
- Kam bi morali postaviti elektrino $Q_3=2 \mu\text{C}$, da bo sila nanj enaka nič?
- Koliko bi morala biti elektrina Q_3 , če jo postavimo med elektrini Q_1 in Q_2 , da bo sila nanjo enaka 0?

Naloga 2.4: Določite in izrišite električno poljsko jakost vzdolž osi x ($y=0, z=0$) od $x=-3\text{cm}$ do $x=3\text{cm}$ s korakom $dx=0.5\text{cm}$ za elektrine iz naloge 2.1!

Namen: Seznanitev z izračunom polja za poljubno postavljene elektrine ter seznanitev s problematiko vizualizacije polja.

MLAB: Zapišemo vektor X, ki vsebuje koordinate, kjer želimo računati polje in celotnega v matriko P:

```
clear all
Q1=2e-12;
Q2=-2e-12;
e0=8.854e-12;
k=1/(4*pi*e0);
r1=[1, 1, 1]*1e-2;
r2=[-2, -1, 3]*1e-2;

X=[-3:0.1:3]*1e-2;
len=length(X);
Y=zeros(1,len);
Z=Y;
P=[X' Y' Z']; %tvorimo matriko s koordinatami tock P(x,y,z)
P(1,:); % tako zapišemo prvi vektor

for i=1:len
    RP1(i,:)=(P(i,:)-r1);
    ERP1(i,:)=k*Q1*RP1(i,:)/abs(RP1(i,:)*RP1(i,:)')^3;
    RP2(i,:)=(P(i,:)-r2);
```

```

ERP2(i,:) = k*Q2*RP2(i,:)/abs(RP2(i,:)*RP2(i,:))'^3;
end
ERP1(:,1); % x komponenta
polja, ki ga povzroča
elektrina Q2
ERP2(:,1); % x komponenta
polja, ki ga povzroča
elektrina Q2

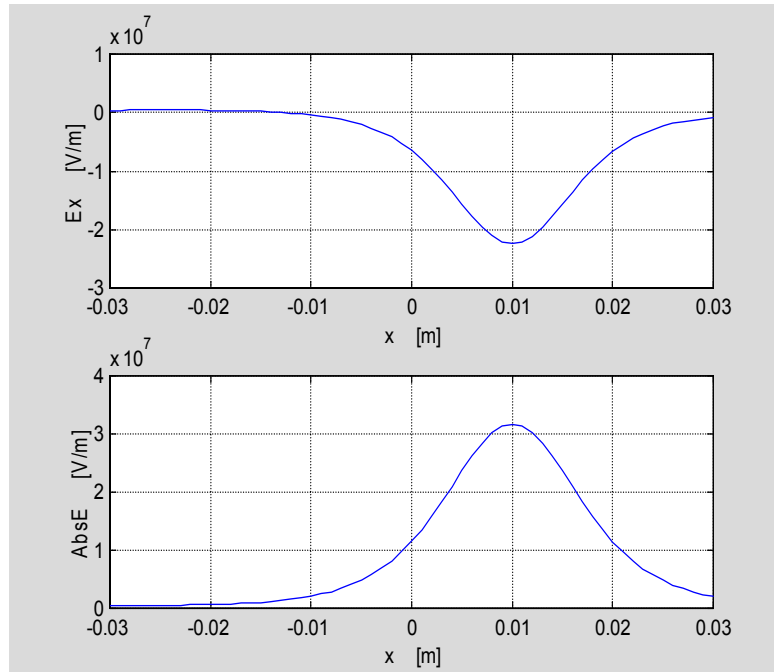
E=ERP1 + ERP2;

for i=1:len
    Eabs(i)=sqrt(E(i,1)^2+E
(i,2)^2+E(i,3)^2);
end
Eabs;

subplot(2,1,1),plot(X,E(:,3))
grid on;
xlabel(' x      [m] ');
ylabel('Ex      [V/m] ');

subplot(2,1,2),plot(X,Eabs)
grid on;
xlabel(' x      [m] ');
ylabel('AbsE    [V/m] ');

```

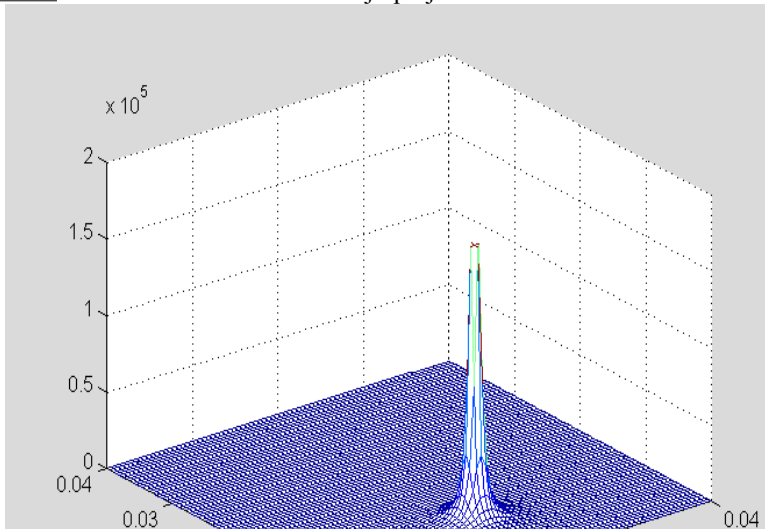


Vprašanja:

- Poskušajte si predstavljati, kako bi se spreminjala E_z po x osi? Skicirajte in potem preverite tako, da namesto plota $E(:,1)$ uporabite $E(:,3)$!
- Kako bi se spreminjal E_z , če bi bila elektrina Q_2 na mestu $P_2(-2,-1,1)$?
- Ker je prostorska predstavitev vektorskega polja v treh dimenzijah težka, poskusite skicirati električno poljsko jakost če gledamo le dve dimenziji. Naj bosta točki $P_1(1,0,1)$ in $P_2(-1,0,-1)$. V tem primeru ležita točki le v (x,z) ravnini, torej je tudi električna poljska jakost v smeri y enaka nič. Kako se sedaj spreminja polje E_z in E_x po oseh x in z ?
- Kakšno bi bilo polje $E_z(x,y=z=0)$, če bi bila elektrina $Q_1=10$ pC?

Naloga 2.5: Izrišite 3D graf električne poljske jakosti za elektrino $Q_1=5$ pC postavljeno na mestu $P_1(1,2)$ cm. Izrišite polje v območju $(0,0)$ do $(4,4)$ cm!

Namen: Seznanitev s 3D vizualizacijo polja.



MLAB: Točke v prosturu zapišemo v matriko $([X,Y]=\text{meshgrid}(0:dx:\text{maxx},0:dy:\text{maxy}))$. S pomočjo dveh FOR zank prečemo vse točke in izračunamo polje. Za vizualizacijo uporabimo funkcijo MESH.

```

clear all
Q1=5e-12;
e0=8.854e-12;
k=1/(4*pi*e0);
r1=[1, 2]*1e-2;

dx=0.5e-3;dy=0.5e-3; maxx=4e-2;maxy=4e-2;
x=0:dx:maxx; y=0:dy:maxy;
[X,Y]=meshgrid

```

```

(0:dx:maxx,0:dy:maxy);

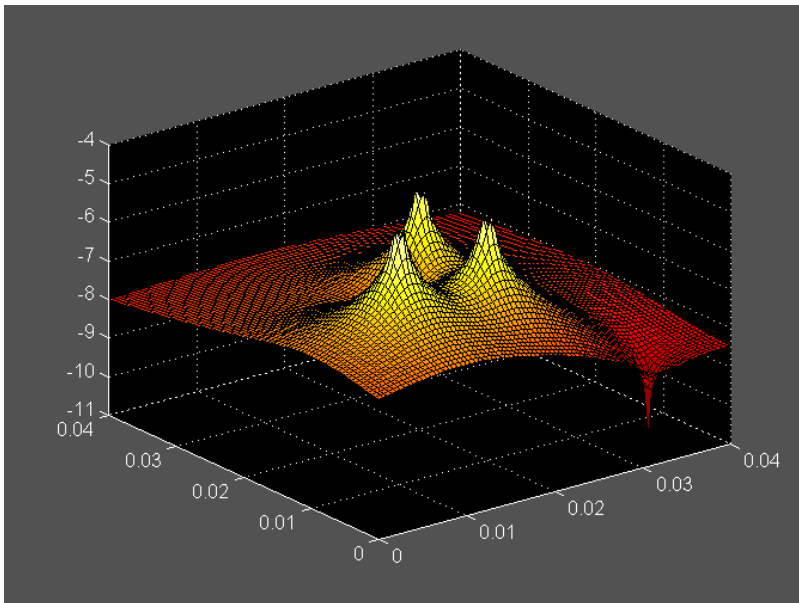
for i=1:1:length(x)
    for j=1:1:length(y)
        plx=r1(1,1)-x(i);
        ply=r1(1,2)-y(j);
        psqr=sqrt(plx^2+ply^2);
        if psqr==0
            psqr=1e-10;
        end
        Elx(i,j)=k*Q1*plx/psqr^3;
        Ely(i,j)=k*Q1*ply/psqr^3;
    end
end
Eabs=(sqrt(Elx.^2+Ely.^2));
Emax=max(max(Eabs));
[i,j]=find(Eabs==0);
Eabs(i,j)=Emax;

figure, mesh(X,Y,Eabs)

```

Naloga 2.6: Izrišite 3D graf in konture električne poljske jakosti za elektrine $Q_1=5$ pC, $Q_2=-2$ pC in $Q_3=-3$ pC, ki se nahajajo v točkah $P_1(1,2)$ cm, $P_2(2,3)$ cm in $P_3(1,1)$. Izrišite konture polja na x-y ravnini v območju (0,0) do (3,3)cm!

Namen: 3D vizualizacija polja, delo s FOR zankami in poljubnim številom elektrin.



MLAB: Podobno kot v prejšnjem primeru, le da imamo več elektrin. Za izris kontur električne poljske jakosti glej (help contourf). Ker se polje spreminja s kvadratom, je za boljšo vizualizacijo koristno izrisati konture (desetiškega) logaritma polja. Poleg tega lahko grafu dodate vektorje, ki kažejo v smeri polja. Najprej je potrebno uporabiti ukaz `gradient`, ki numerično izračuna odvod vektorja v vseh točkah ter za izris ukaz `quiver`.

```

clear all
Q=[5e-12,-2e-12,-3e-12];

```

```

e0=8.854e-12;
k=1/(4*pi*e0);
R=1e-2*[1,2;2,2;1,1];

```

```

dx=0.5e-3;dy=0.5e-3; maxx=4e-

```

```

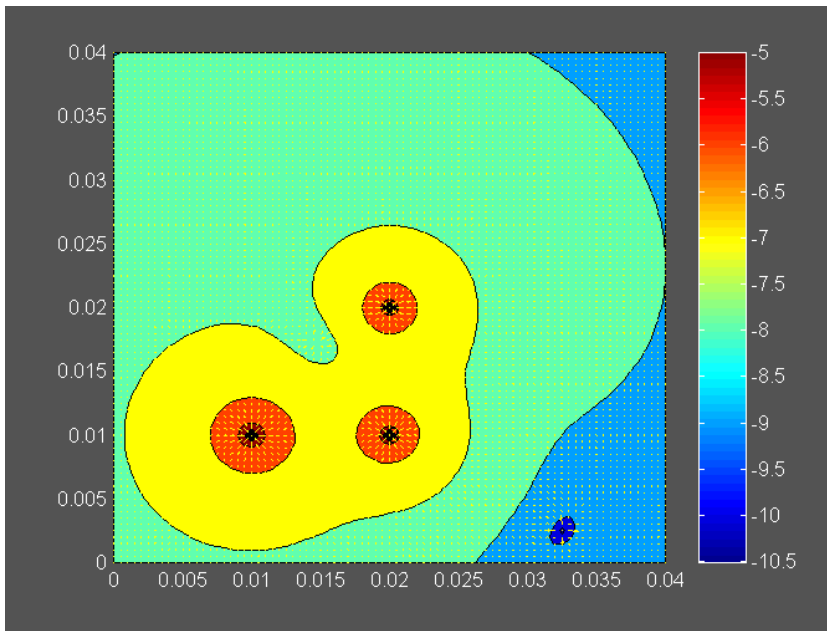
2;maxy=4e-2;
x=0:dx:maxx; y=0:dy:maxy;
[X,Y]=meshgrid(0:dx:maxx,0:dy:maxy);
N=length(Q);
Elx=zeros(length(x),length(x));
Ely=Elx;
for i=1:1:length(x)
    for j=1:1:length(y)
        for k=1:1:N
            plx=R(k,1)-x(i);

```

```

ply=R(k,2)-y(j);
psqr=sqrt(plx^2+ply^2);
%if psqr==0
% psqr=1e-4;
%end

```



```

E1x(i,j)=E1x(i,j)+k*Q
(k)*plx/psqr^3;
E1y(i,j)=E1y(i,j)+k*Q
(k)*ply/psqr^3;
end
end
end
Eabs=(sqrt(E1x.^2+E1y.^2));
Emax=max(max(Eabs));
[i,j]=find(Eabs==0);
%Eabs(i,j)=Emax;

figure,surf(X,Y,log10
(Eabs)),colormap hot

figure,[C,h]=contourf
(X,Y,log10(Eabs)); colorbar
[U,V]=gradient(log10
(Eabs),x,y);
hold on;
quiver(x,y,U,V)

```

Vprašanja:

- Analiziraj polje v primeru dveh enako velikih elektrin!
- Analiziraj polje v primeru dveh enako velikih elektrin nasprotnega predznaka!
- Analiziraj polje v primeru dveh različno velikih elektrin nasprotnega predznaka!
- Analiziraj polje v primeru dveh različno velikih elektrin nasprotnega predznaka!
- Kaj ne vidimo pri konturnem prikazu polja?
- Kakšno je polje v sredini med elektrinama v primerih a) do d)?
- Kakšno je polje daleč stran (v okolici) sistema elektrin za primere a) do d)?

Naloga 2.7: Določite električno poljsko jakost dipola $\vec{M} = 2,5 \cdot 10^{-16} (1, 0, 0) \text{ Cm}$ ter rezultat primerjajte z analitičnim vzdolž osi dipola!

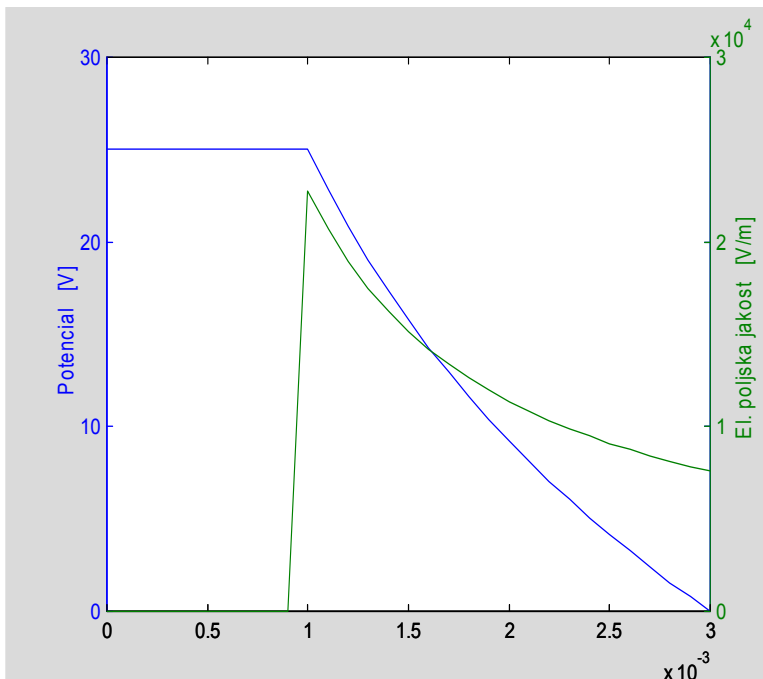
3. Potencial, napetost

Potencial definiramo kot delo, ki ga opravi elektrostatično polje pri premiku pozitivne elektrine 1As po poljubni poti od neke splošne točke T v prostoru (kjer potencial iščemo), do točke T0, kjer je potencial enak nič.

$$V = - \int_{T_0}^T \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Naloga 3.1: Izračunajte in izrišite polje in potencial med koncentričnima prevodnima valjema (koaksialni kabel) z notranjim polmerom $r_n=1$ mm in zunanjim polmerom $r_z=3$ mm, če je med njima priključena napetost 25V.

Namen: Izračun potenciala in polja za koaksialni kabel in grafični prikaz.



MLAB: Uporabite ukaz `plotyy` za izris obeh funkcij na enem plotu.

```
clear all;
e0=8.854e-12;
k=1/(4*pi*e0);
U=25; rn=1e-3; rz=3e-3;

q=U*2*pi*e0/(log(rz/rn));
R=0:1e-4:rz;

E=zeros(length(R),1);
V=E;
E=q/(2*pi*e0)./R;
V=q/(2*pi*e0)*log(rz./R);
for i=1:length(R)
    if R(i)<rn
        V(i)=U;
        E(i)=0;
    end
end
end
```

```
%plot(R,V); xlabel(' Radij [m]'); ylabel(' Potencial [V]');
%figure; plot(R,E); xlabel(' Radij [m]'); ylabel(' El. poljska jakost [V/m]');
```

% IZRIS POLJA IN POTENCIALA NA ISTI SLIKI Z DVEMA OSEMA

```
[ax ax1 ax2]=plotyy(R,V,R,E);
axes(ax(1)); ylabel(' Potencial [V]');
axes(ax(2)); ylabel(' El. poljska jakost [V/m]');
```

Vprašanja:

- Kolikšna je največja in koliko najmanjša el. poljska jakost znotraj kabla (med valjema)?
- Kolikšno je polje v okolici kabla?
- V kakšnem razmerju je maksimalna el. poljska jakost za dva koncentrična prevodna valja in dve ravnini, če je med prevodnima ploskvama obeh elementov enaka napetost? Zakaj je tako?
- V kakšnem razmerju sta napetosti, če je med elementoma enako maksimalno polje? Zakaj je ena napetost višja?
- Izrišite ekvipotencialne ploskve in silnice električnega polja! Pomoč: krog izrišeš kot `plot(sin(x),cos(x))`, kjer gre x od 0 do 2π . Uporabi še `axis equal`.
- Kolikšen sme biti najmanjši in največji polmer notranjega valja, da ne pride do preboja pri prebojni trdnosti zraka 2,1kV/mm? Pomoč: dobimo transcendentno enačbo, ki jo lahko rešimo tabelarično, grafično ali numerično.
- Kolikšna je ploskovna gostota na manjšem in na večjem valju?

Naloga 3.2: Za iste vrednosti radijev in napetosti kot pri nalogi 2.8 le tokrat za primer krogelnega kondenzatorja izračunajte in določite polje in potencial ter odgovorite na vprašanja! Dodatno: na grafu prikažite polje in potencial za ravni (ploščni), cilindrični in krogelni kondenzator!

Naloga 3.3: Določite el. poljsko jakost in potencial vzdolž naelektrenega obroča radija $r=2\text{cm}$, na katerem je enakomerno razporejena elektrina $Q=12\text{nC}$!

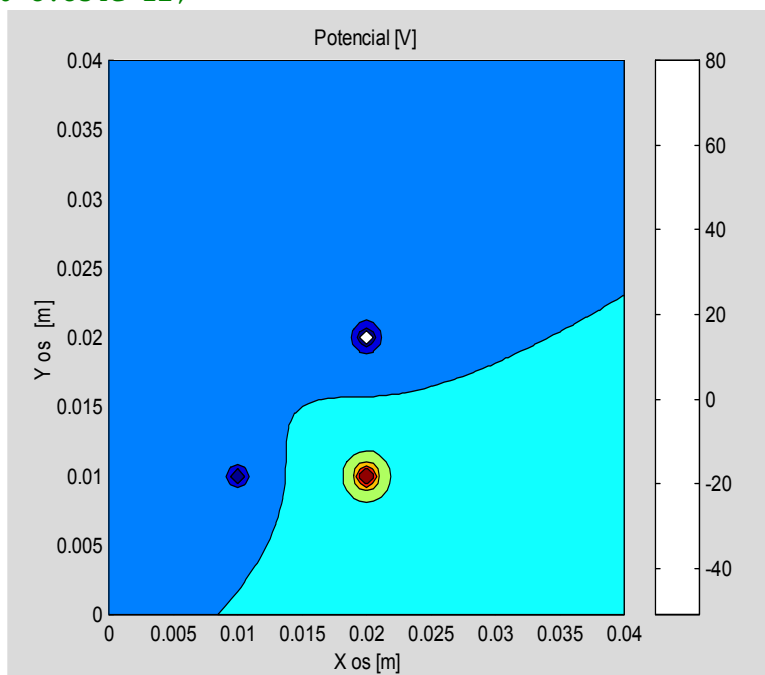
Naloga 3.4: Za elektrine iz naloge 2.6 izračunajte potencial v prostoru ter izrišite ekvipotencialne ploskve in v obliki 3D grafa!

Namen: Izračun potenciala za točkaste elektrine. 2D in 3D vizualizacija potenciala. Komentiranje ekvipotencialnih ploskev dveh enako velikih enako (predznačenih) elektrin.

```
clear all
```

```
Q=[5e-12,-3e-12,-2e-12];
```

```
e0=8.854e-12;
```



```
k=1/(4*pi*e0);
R=1e-2*[1, 2;2,2;1,1];

dx=0.5e-3;dy=0.5e-3; maxx=4e-2;maxy=4e-2;
x=0:dx:maxx; y=0:dy:maxy;
[X,Y]=meshgrid(0:dx:maxx,0:dy:maxy);
N=length(Q);
V=zeros(length(x),length(y));

for i=1:length(x)
    for j=1:length(y)
        for m=1:N
            plx=R(m,1)-x(i);
            ply=R(m,2)-y(j);
            psqr=sqrt(plx^2+ply^2);
            V(i,j)=V(i,j)+k*Q(m)/psqr;
        end
    end
end
%figure,surf(X,Y,V),colormap
```

```
hot, xlabel(' X os [m]'); ;zlabel('Potencial [V]');
```

```
figure,[C,h]=contourf(X,Y,V); colorbar
```

```
xlabel(' X os [m]'); ylabel('Y os [m]'); title('Potencial [V]')
```

Vprašanja:

- V kateri točki je potencial enak nič?
- Kje je potencial pozitiven in kje negativen?
- Izriši ekvipotencialne ploskve za dve enako veliki elektrini istega (nasprotnega) predznaka! Komentiraj!
- Izriši ekvipotencialne ploskve za dve različno veliki elektrini istega (nasprotnega) predznaka! Komentiraj!

Naloga 3.5: Določi potencial znotraj in zunaj naelektrene krogle z enakomerno porazdeljeno volumno gostoto elektrin, če je radij krogle 2 cm, specifična gostota volumno porazdeljene elektrine pa $\rho=1\text{e-}10\text{ C.m}^{-3}$.

Namen: Uporabite Gaussov stavek za izračun polja in z integracijo polja izračunajte potencial.

Vprašanja:

- Kolikšna napetost je znotraj naelektrene krogle?
- Kolikšna napetost je med med površino krogle in neskončnostjo?
- Kolikšna bi morala biti velikost točkaste elektrine, da bi bil potek polja in potenciala enak za radije večje od radija krogle?
- Pri kateri napetosti in kakšni specifični gostoti enakomerno porazdeljene gostote elektrin med plaščem krogle in notranjostjo bo največja poljska jakost enaka 30kV/cm? Kje bo polje največje?
- Kako se bi polje spremenilo, če bi se gostota elektrin linearno povečevala z radijem kot $\rho = k \cdot r$, pri čemer določite konstanto k tako, da bo celotna elektrina enaka, kot v primeru enakomerno porazdeljene elektrine?

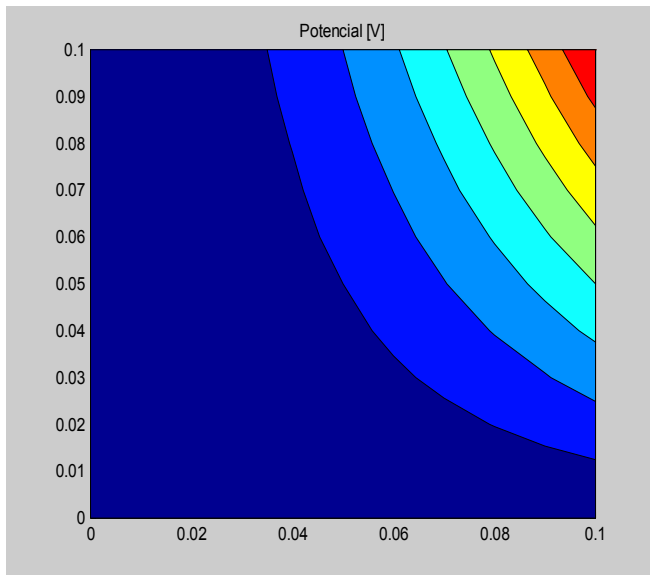
Naloga 3.6: Prikaži na grafu potek potencialov podanih v obliki funkcij:

- $V(x,y)=400x^2y$ x [0:10] cm; y[0:10] cm
- $V(x,y)=400xy+200\sin(x)$ x [0:10] cm; y[0:10] cm
- $V(x,y)=200\sin(x)\cos(y)$ x [0:2] cm; y[0:2] cm

Iz grafov poskusite skicirati konture električne poljske jakosti! Numerično in analitično določite in izrišite električno poljsko jakost za vse tri primere.

Namen: Izračun in prikaz polja iz znane porazdelitve potenciala.

Pozor: Ne izrisite polja z računalnikom, predno ga ne poskusite skicirati sami! Kjer se potencial najhitreje spreminja je polje največje.



MLAB: Točke v x,y ravnini določite z ukazom meshgrid (naloga 2.5), pri določitvi funkcije pa pazite na to, da dosežemo množenje posameznih elementov matrike z ukazom (*). Za prikaz potenciala uporabite ukaz `contourf` ali `surf`. Numerično odvajanje dosežemo z uporabo funkcije gradient ([Ex,Ey]=gradient(V,dx,dy)), kjer st dx in dy korak med točkami v x in y smeri.

```
xmax=10e-2;
dx=xmax/10;
```

```
[X,Y]=meshgrid(0:dx:xmax,0:dx:xmax);
```

```
V=400.*(X.^2).*Y;
%V=200*sin(X).*cos(Y);
```

```
contourf(X,Y,V);
title('Potencial [V]');
%surf(X,Y,V)
```

```
[Ex,Ey]=gradient(-V,dx,dx);
Eabs=sqrt(Ex.^2+Ey.^2);
%figure, surf(X,Y,Eabs)
```

Naloga 3.7P: Primer uporabe elektrostatičnega polja: Elektrostatično čiščenje plinov.

Da je mogoče z uporabo elektrostatičnega polja očistiti dim, so prvič demonstrirali v Nemčiji leta 1820, prvi delujoči sistem pa je izdelal F. Cottrell iz Kalifornijske univerze (Berkeley) let 1906. Za uspešno delovanje sistema je potrebno ustvariti korono (ioniziran plin), kar je mogoče doseči pri velikem polju v okolici žice majhnega radija.

Naj bo radij žičke 1mm in radij dimnika 20 cm. Določite potrebno napetost med žičko in notranjim plaščem dimnika, da bo ob žički prišlo do korone, pri čemer vzemimo prebojno trdnost zraka $E_{br}=3$ MV/m!

Dodatno: Izrišite krivulje poteka električne poljske jakosti, pri zagotovljenem pogoju za preboj, če spreminjamo notranji radij od 1 do 5 mm. Kdaj bo potrebna napetost najnižja in zakaj? Če bi bila žička v ekscentru, ali bi potrebovali večjo ali manjšo napetost?

4. Dielektriki, mejni pogoji

Naloga 4.1P: Primer uporabe elektrostatičnega polja: Določitev prebojne napetosti koaksialnega kabla.

Če uporabimo koaksialni kabel za prenos električne moči, je polmer kabla določen s tokom, ki teče skozi kabel ter ostale dimenzije z izolacijskim materialom in napetostjo. Predpostavimo notranji radij $r_n=0,4$ cm, ki je obdan z dielektrikom iz gume ($\epsilon_{rg}=3,2$) in poliestra ($\epsilon_{rp}=2,6$). Dimenzionirajte koaksialni kabel tako, da bo delal pri napetosti 20 kV. Da bi preprečili preboj v dielektrikih (pri udaru strele in drugih zunanjih pogojih), ne sme maksimalno polje znotraj dielektrika preseči 25% maksimalne prebojne trdnosti, ki je $25 \cdot 10^6$ V/m za gumo in $20 \cdot 10^6$ V/m za poliester! Med zunanjim in notranjim plaščem naj napetost ne bo večja od 20 kV.

Postopek: Zapišemo enačbi za maksimalno prebojno trdnost in določimo radij zunanje plasti notranjega dielektrika ter elektrino, ki se nabere na žili. Napišemo enačbo za napetost kot integral polja od notranjega do zunanjega radija in iz enačbe določimo še zunanji radij.

Dodatno: Izrišite krivuje poteka električne poljske jakosti, pri zagotovljenem pogoju za preboj, če spreminjamo notranji radij od 1 do 5 mm. Če bi želeli povečati delovno napetost od 20 na 30 kV, kakšna dielektrika bi morali uporabiti, če bi dimenzije kabla obdržali iste? Kakšen postopek bi potrebovali, če bi namesto notranjega radija imeli željen zunanji radij in bi iskali primeren notranji radij?

5. Energija elektrostatičnega polja

Za točkaste elektrine izračunamo elektrino iz znanih vrednosti električnega potenciala na mestu elektrine in velikosti elektrin.

$$W = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N Q_k \cdot V_k$$

$$V_k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^N \frac{Q_j}{r_{jk}}$$

V primeru porazdeljenih elektrin pa velja izraz

$$W = \frac{1}{2} \int_V \epsilon E^2 dv$$

Naloga 5.1: Za porazdelitev elektrin iz naloge 1.2 določite elektrostatično energijo.

Vprašanja:

- Kaj pomeni dobljena številka? Kako jo lahko interpretirate?
- Kolikšno delo moramo opraviti, da premaknemo elektrino Q3 v koordinatno izhodišče?
- Kakšna je razlika med pozitivnim in negativnim predznakom, ki ga dobimo pri premikanju elektrin?
- Kolišna je energija sistema, če postavimo na mesto P4(3,3)cm še dodatno energijo Q4=2 pC?