

OSNOVNE ENAČBE: ELEKTROSTATIKA

Opombe:

1. COULOMBOV ZAKON (Sila med dvema točkastima elektrinama)

$$\vec{F}_{12} = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{12}^2} \vec{e}_{r_{12}}$$

je sila na Q_2 zaradi Q_1 . Vektor \vec{r}_{12} kaže od Q_1 proti Q_2 .

Velja superpozicija sil! $\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i$

2. ELEKTRIČNA POLJSKA JAKOST (sila na enoto naboja)

$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q}$, $\vec{F} = Q \cdot \vec{E}$, E ni vezana na silo med elektrinama. Lahko jo zapišemo za eno

osamljeno elektrino $\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \vec{e}_r$

Velja superpozicija polja! $\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i$

3. PORAZDELITEV ELEKTRIN (točkasta, prema, površina)

- volumska gostota elektrin

$$\rho = \frac{Q}{V} \left[\frac{A}{m^3} \right] \text{ za enakomerno gostoto porazdelitve, sicer}$$

$$\rho = \frac{dQ}{dV}, Q = \int_V \rho \cdot dV$$

- površinska gostota elektrin

$$\sigma = \frac{Q}{A} \left[\frac{A}{m^2} \right] \text{ za enakomerno gostoto porazdelitve, sicer}$$

$$\sigma = \frac{dQ}{dA}, Q = \int_A \sigma \cdot dA$$

- linijska gostota elektrin

$$q = \frac{Q}{A} \left[\frac{A}{m} \right] \text{ za enakomerno gostoto porazdelitve, sicer}$$

$$q = \frac{dQ}{dl}, Q = \int_L q \cdot dl$$

4. GAUSSOV ZAKON (fluks Eja skozi zaključeno površino)

$$\Phi = \oint_A \vec{E} \cdot \vec{dA} = \frac{Q_{\text{znotraj A}}}{\epsilon_0}$$

valj, cilindar : $\Phi = 2\pi l \cdot E_r$

krogla, sfera: $\Phi = 4\pi r^2 \cdot E_r$

ravni plošči, kondenzator: $\Phi = E \cdot A$

ena sama plošča: $\Phi = 2 \cdot E \cdot A$

Pomembnejše električne poljske jakosti:

točkasta elektrina: $\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \vec{e}_r$

prema elektrina: $\vec{E} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 r} \cdot \vec{e}_r$

naelektrena ravnina: $\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \cdot \vec{e}_n$

v osi obroča: $\vec{E} = \frac{qrz}{2\epsilon_0 (r^2 + z^2)^{3/2}} \cdot \vec{e}_z$

ELEKTRIČNA POLJSKA JAKOST v okolici PORAZDELJENIH ELEKTRIN:

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \vec{e}_r, \quad d\vec{E} = \frac{dQ}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \vec{e}_r, \quad \vec{E} = \int_{V,A,L} \frac{dQ}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \vec{e}_r$$

5. POTENCIAL, NAPETOST (potencial je delo, ki ga opravi enota pozitivne elektrine iz neskončnosti do točke T)

$$V(T) = \frac{W}{Q} = - \int_{T(V=0)}^T \vec{E} \cdot \vec{dl} = \int_T^{T(V=0)} \vec{E} \cdot \vec{dl}$$

potencial točkaste elektrine: $V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$

potencial preme elektrine: $V = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 r} \ln r$

Potencial v okolici porazdeljenih elektrin:

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}, \quad dV = \frac{dQ}{4\pi\epsilon_0 r}, \quad V = \int_{V,A,L} \frac{dQ}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Napetost je razlika potencialov: $U_{BA} = V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot \vec{dl} = \int_B^A \vec{E} \cdot \vec{dl}$

Delo, ki ga opravi Q v polju E je enako $W = -\int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l} = -Q \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = Q \cdot U$. Delo je negativno, če ga opravi polje in pozitivno, če ga opravi zunanji vir (mi).

6. ZVEZA MED ELEKTRIČNO POLJSKO JAKOSTJO IN POTENCIALOM

$$V = - \int_{T(V=0)}^T \vec{E} \cdot d\vec{l} \Rightarrow \vec{E} = -\vec{e}_n \cdot \frac{dV}{dl} = -\text{grad}V$$

\vec{l}_n je normala na ekvipotenc. ravnino v smeri padanja potenciala

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}, \frac{\partial V}{\partial y}, \frac{\partial V}{\partial z}\right) \text{ za kartezični k.s.}$$

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial V}{\partial r}, \frac{\partial V}{r\partial\varphi}, \frac{\partial V}{\partial z}\right) \text{ za cilindrični k.s.}$$

7. ELEKTRIČNO POLJE V SNOVI

Vpeljemo vektor polarizacije $\vec{P} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\sum \vec{p}_i}{\Delta V} = \kappa \epsilon_0 \vec{E}$

in vektor gostote el. pretoka $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon_r \epsilon_0 \vec{E}$

Gaussov zakon je spremenjen in se nanaša na gostoto pretoka in SAMO proste elektrine: $\oint_A \vec{D} \cdot d\vec{A} = Q_{\text{prosti, znotraj } A}$. Vezane elektrine (polarizacijo) upoštevamo po izračunu D_{ja} , ko D pretvorimo v E !

8. MEJNI POGOJI

iz $\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$ sledi $E_{t1} = E_{t2}$

iz $\oint_A \vec{D} \cdot d\vec{A} = Q_{\text{prosti}}$ sledi $D_{n1} - D_{n2} = \sigma$

(tangencialne komponente polja se ohranjajo, razlika normalnih komponent D_{ja} je enaka površinski gostoti naboja. Normala kaže iz prostora 2 v prostor 1)

9. KAPACITIVNOST (sorazmerje med napetostjo med elektrodama in nabranim nabojem)

$Q = C \cdot U$, $C = \frac{Q}{U}$. Kapacitivnost določimo iz izračuna napetosti med dvema nasprotno naelektrenima telesoma. Odvisna je le od geometrijskih faktorjev. Posebni primeri:

Kapacitivnost ploščatega kondenzatorja: $C = \varepsilon \frac{A}{d}$

Kapacitivnost koaksialnega kabla: $C = \frac{2\pi\varepsilon l}{\ln \frac{r_z}{r_n}}$

Kapacitivnost sferičnega kondenzatorja: $C = \frac{4\pi\varepsilon}{\frac{1}{r_n} - \frac{1}{r_z}}$

10. ENERGIJA ELEKTROSTATIČNEGA POLJA

- Sistem točkastih elektrin: $W = \frac{1}{2} \sum_i Q_i \cdot V_i$, kjer je V_i potencial na mestu elektrine Q_i , ki ga povzročajo vse ostale elektrine.

- Sistem porazdeljenih elektrin: iz gostote energije

$$w = \frac{1}{2} \bar{D} \cdot \bar{E} = \frac{1}{2} \varepsilon |\bar{E}|^2 = \frac{1}{2} \frac{|\bar{D}|^2}{\varepsilon}$$

$$W = \int_V w \cdot dV$$

- Sistem porazdeljenih elektrin: iz kapacitivnosti $W = \frac{Q \cdot U}{2} = \frac{C \cdot U^2}{2} = \frac{Q^2}{2C}$

11. ZRCALJENJE NABOJA

$$\left(\frac{d}{2}\right)^2 = s^2 + r_0^2$$

- DVA VALJA:

$$U = \frac{q}{\pi\varepsilon_0} \ln \frac{s + \left(\frac{d}{2} - r_0\right)}{s - \left(\frac{d}{2} - r_0\right)}$$

- TOČKASTA ELEKTRINA PRED OZEMLJENO KROGLO:

$$d \cdot e = r_2^2$$

- $Q_2 = -Q_1 \frac{r_2}{d}$